

Publicação Especial

Nº 09/95

Observações do Sol:
Determinação dos Planos Fundamentais
e Elementos da Órbita

Jucira Lousada Penna

Tese de Doutorado
Rio de Janeiro, Março de 1995

CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO
- OBSERVATÓRIO NACIONAL -

**OBSERVAÇÕES DO SOL:
DETERMINAÇÃO DOS PLANOS FUNDAMENTAIS
E ELEMENTOS DA ÓRBITA**

Jucira Lousada Penna

Orientador: Dr. Paulo Benevides-Soares (IAG-USP)

Co-Orientador: Dr. Alexandre H. Andrei (CNPq-ON)

Tese Apresentada Para Obtenção do Grau de
Doutor em Astronomia
pelo CNPq-Observatório Nacional

RIO DE JANEIRO - MARÇO DE 1995

à memória
de meu pai Junot

Para

minha mãe Janyra

meus filhos Joana e Rafael

meu companheiro Flávio

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Paulo Benevides Soares pela orientação dedicada e segura a esta tese e pela amizade desenvolvida ao longo desses anos.

Ao Prof. Dr. Nelson Vani Leister pelo apoio no início deste projeto e pelas observações do Sol realizadas em Valinhos.

Ao Dr. Francis Laclare pelos dados gentilmente cedidos e pelo exemplo de postura de um verdadeiro cientista.

Ao Prof. Dr. Alexandre Andrei pela co-orientação, amizade e carinho constante.

Aos amigos Kátia Cunha, Josina O. Nascimento, Carlos Maia, Germano Afonso e Antares Kleber pelo carinho e apoio sempre.

Aos colegas Bruno Bazzanella e João Luís Kohl pela ajuda computacional e formatação desta tese.

Aos colegas do DAGE, Vladimir, Victor, Chico, Chan, Selma, Silvia, Cláudio, Ives, Flávio e Elza pelo companheirismo diário dando-nos força.

Ao Diretor do Observatório Nacional, Dr. Sayd Codina, pela ajuda decisiva à conclusão desta tese, permitindo a nossa viagem ao Observatório de La Côte d'Azur, a fim de

trazermos os dados observacionais, e darmos continuidade a colaboração existente entre estas duas Instituições.

À Thaís Angélica Mendes dos Santos pela ajuda nos momentos difíceis.

Aos amigos que de alguma forma se fizeram sempre presentes.

Aos colegas José Ribeiro Berbereia dos Santos, Cleber Silva dos Santos e Jorge Carlos Vieira de Carvalho pelos serviços gráficos prestados.

Resumo

Um conjunto de 12.450 observações dos bordos solares, obtidas com os astrolábios modificados do Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), Observatório Abrahão de Moraes (OAM) e Observatório Nacional (ON), cobrindo o intervalo de 1974 a 1992, foi analisado para a determinação da origem do sistema fundamental e dos parâmetros da órbita terrestre.

Este conjunto de dados é valioso, tanto pela sua grande dimensão, quanto pelo fato de reunir observações feitas nos dois hemisférios em um largo intervalo de distâncias zenitais, de 30° a 70° . Além disso, 18 revoluções orbitais foram cobertas com densidade relativamente uniforme.

Para assegurar a homogeneidade dos sistemas nos três sítios, as variações temporais do zênite (hora e latitude) foram obtidas dos dados do IERS, adicionados às coordenadas médias deduzidas da observação noturna dos grupos de estrelas.

O exame das sub-campanhas individuais em cada distância zenital e em cada sítio permitiu definir uma escala de pesos dependente unicamente de z : peso 1 para $z < 45$, peso 0.5 para $45^\circ \leq z < 56^\circ$ e peso 0.25 para $56 \leq z$. A solução global inclui como incógnitas as correções ao equador do FK5 (ΔA), ao equinócio (ΔE), à obliquidade da eclíptica ($\Delta \epsilon$), à longitude média do Sol (ΔL), à excentricidade da órbita (Δe) e à longitude do periélio ($\Delta \varpi$), além da correção à distância zenital instrumental em cada sub-campanha individual.

O resultado apresentou o desvio-padrão de $0.63''$ para uma dupla passagem (bordos inferior e superior) de peso um e as incógnitas principais resultaram nos seguintes

valores: $\Delta A = -0.01'' \pm 0.04$, $\Delta E = 0.09'' \pm 0.06$, $\Delta \epsilon = 0.49'' \pm 0.05$, $\Delta L = 0.03'' \pm 0.05$, $\Delta e = 0.10'' \pm 0.01$ e $e\Delta\varpi = 0.01'' \pm 0.01$. Apenas as correções à excentricidade e à obliquidade apresentaram resultados significativamente diferentes de zero.

A estabilidade da solução foi confirmada quanto a uma variação grande nos pesos individuais e também com relação a diferentes subamostras do conjunto de dados. Os resultados mostraram-se também insensíveis a variações no modelo adotado, tais como a inclusão de incógnitas relativas ao cálculo da refração, variação temporal da obliquidade (inclusive a constante da nutação) e anomalias azimutais da refração.

Abstract

A set of 12450 observations of the sun limbs, obtained by the modified astrolabes of the Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), of the Observatório Abrahão de Moraes (OAM/IAG) and of the Observatório Nacional (ON), from 1974 to 1992, was analyzed in order to determine the origin of the fundamental reference system and the earth's orbital parameters.

Such data set is highly valuable, not only by its size but, as well, since it brings together observations made in both the hemispheres, covering a large range of zenith distances, from 30° to 70° . Besides, 18 orbital revolutions were followed with nearly uniform distribution.

To guarantee the homogeneity of the coordinate systems in the three sites, the time variations of the zenith location (hour and latitude) were obtained from the IERS database, corrected by the mean coordinates derived from the night observations of program stars.

The analysis of the individual campaigns, in each zenith distance (z) and site, enabled the establishing of a scale of weights, depending uniquely on z . Weight 1 for $z < 45^\circ$, weight 0.5 for $45^\circ \leq z < 56^\circ$ and weight 0.25 for $56^\circ \leq z$. The global solution includes as unknowns the correction to the FK5 equator (ΔA), to the equinox (ΔE), to the obliquity of the ecliptic ($\Delta \varepsilon$), to the Sun's mean longitude (ΔL), to the orbit's eccentricity (Δe) and to the longitude of the perihelion ($\Delta \varpi$), plus a correction to the instrumental zenith distance, in each individual campaign.

The result presents standard deviation of $0''.63$ for a double transit (lower and upper limbs) of unit weight. The main unknowns presented the following results: $\Delta A = -0''.01 \pm 0.04$, $\Delta E = 0''.09 \pm 0.06$, $\Delta \epsilon = 0''.49 \pm 0.05$, $\Delta L = 0''.03 \pm 0.05$, $\Delta e = 0''.10 \pm 0.01$ e $e \Delta \varpi = 0''.01 \pm 0.01$. Only the corrections to the eccentricity and to the obliquity resulted significantly different from zero.

The solution stability was checked against any large variation upon the individual weights, as well as for different sub samples of the whole set of observations. There results were also shown invariant to changes in the adopted model, such as adding unknowns to the refraction algorithm, to the time variation of the obliquity (including the nutation constant) and to the azimuthal anomalies of the refraction.

ÍNDICE

CAPÍTULO I.....	1
I.1 - Introdução	1
I.2 - Objetivo	3
CAPÍTULO II - REDUÇÃO	5
II.1 - Histórico	5
II.2 - Material e Método.....	10
II.3 - O Banco de Dados	15
II.4 - Obtenção das curvas de Latitude e Tempo	16
II.5 - Redução das Observações.....	21
II.5.1 - Distância Zenital Calculada.....	21
II.5.2 - Distância Zenital Observada	22
II.6 - Processamento da Redução das Observações	27
CAPÍTULO III - MODELAGEM DOS DADOS	30
III.1 - Equação de Condição.....	30
III.2 - A Análise	33
III.3 - Resultados por altura observada	35
III.4 - Simulações de Monte Carlo	43
CAPÍTULO IV - RESULTADOS.....	48
IV.1 - Resultado da Análise Global dos Conjuntos ON/OAM e OCA	48
IV.2 - A Análise Global	53
IV.3 - Análise da Estabilidade Numérica da Solução	59

IV.4 - Ponderação.....	61
IV.5 - Discussão da Solução Padrão.....	66
IV.6 - Análise dos Resíduos.....	79
IV.7 - Influência do Modelo.....	88
CAPÍTULO V - CONCLUSÃO.....	91
V.1 - Comparação dos Resultados com outros Resultados Independentes ...	91
V.II - Perspectivas.....	95
BIBLIOGRAFIA.....	97
Apêndice A - Gráficos de $\Delta\phi$ e ΔT para OAM e ON.....	101
Apêndice B - Distribuição de Frequência dos Resíduos.....	106

ÍNDICE DE TABELAS

II.1 - Repartição quantitativa das observações solares	13
II.2 - Latitude e Longitude adotadas dos três Centros.....	17
III.1 - Análise por distância zenital $z=30^\circ$ a 49° Calern/OCA.....	36
III.2 - Análise por distância zenital $z=52^\circ$ a 70° Calern/OCA.....	36
III.3 - Análise das Campanhas ON e OAM	37
III.4 - Simulações de Monte Carlo para todos os dias observáveis ($z=30^\circ, 45^\circ$ e 70°)	44
III.5 - Simulações para o caso de observações da primeira metade da Campanha....	45
III.6 - Simulações de Monte Carlo para observações de um único lado (E ou W)....	45
IV.1 - Resultados da análise ON/OAM e OCA.....	49
IV.2 - Correlações da análise das observações ON/OAM	51
IV.3 - Correlações da análise das observações feitas no OCA	52
IV.4 - Análise global ON/OAM/OCA	53
IV.5 - Principais correlações OCA/OAM/ON.....	55
IV.6 - Análise global ON/OAM/OCA ($-z=65/70$).....	56
IV.7 - Matriz de correlação da solução global excluindo $z=65^\circ$ e 70°	58
IV.8 - Resultados usando a Refração inicial.....	60
IV.9 - Tabela de pesos atribuídos na Ponderação.....	62
IV.10 - Solução Ponderada Padrão.....	63
IV.11 - Principais correlações da solução ponderada.....	65
IV.12 - Resultados Ponderados / Observações pares e ímpares.....	67

IV.13 - Resultados Ponderados para N aleatórios	68
IV.14 - Diferenciação parcial das incógnitas relativamente ao peso.....	70
IV.15 - Solução Ponderada ON/OAM/OCA+R($z > 41^\circ$)	88
IV.16 - Dependência da Solução com modificação no modelo	90
V.1 - Comparação com outros resultados	92

ÍNDICE DE FIGURAS

II.1 - Esquema do Astrolábio Impessoal Danjon.....	6
II.2 - Esquema do Astrolábio modificado do OAM/Valinhos.....	7
II.3 - Astrolábio Solar com câmara CCD de calern/OCA.....	9
II.4 - Percentual da órbita observada nos três Centros.....	11
II.5 - Tangência das imagens e sobreposição das imagens.....	12
II.6 - Histograma da distribuição do número de bordos observados por ano.....	14
II.7 - Erro causado pelo deslocamento das imagens.....	26
III.1 - Desvio padrão por distância zenital observada.....	38
III.2 - Relação entre o desvio-padrão de ΔA e o desvio-padrão Geral para diferentes z , no OCA, OAM e ON.....	39
III.3 - ídem à Figura III.2, ΔE	40
III.4 - ídem à Figura III.2, $\Delta \epsilon$	40
III.5 - ídem à Figura III.2, ΔL	41
III.6 - ídem à Figura III.2, Δe	41
III.7 - ídem à Figura III.2, $e\Delta \varpi$	42
III.8 - Resultados em $\Delta \phi$ para simulações de Monte carlo para observações da primeira metade da campanha.....	47
III.9 - ídem à Figura III.8, resultados em ΔE	47
IV.1 - Distribuição dos pesos adotados ao longo das distâncias zenitais.....	62
IV.2 - Resultados de $z=30^\circ$ /OCA para todas as correções aos elementos orbitais na solução peso padrão e variando o peso padrão (de -0.1 e +0.1).....	71

IV.3 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=34/OCA$	71
IV.4 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=37/OCA$	72
IV.5 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=41/OCA$	72
IV.6 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=45/OCA$	73
IV.7 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=49/OCA$	73
IV.8 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=52/OCA$	74
IV.9 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=56/OCA$	74
IV.10 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=60/OCA$	75
IV.11 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=65/OCA$	75
IV.12 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=70/OCA$	76
IV.13 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=30/OAM$	77
IV.14 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=45/OAM$	77
IV.15 - ídem à Figura IV.2, resultados de $z=30/ON$	78
IV.16 - Distribuição temporal dos resíduos /OCA $z=30$	80
IV.17 - ídem à Figura IV.16, para OCA $z=34$	80
IV.18 - ídem à Figura IV.16, para OCA $z=37$	81
IV.19 - ídem à Figura IV.16, para OCA $z=41$	81
IV.20 - ídem à Figura IV.16, para OCA $z=45$	82
IV.21 - ídem à Figura IV.16, para OCA $z=49$	82
IV.22 - ídem à Figura IV.16, para OCA $z=52$	83
IV.23 - ídem à Figura IV.16, para OCA $z=56$	83
IV.24 - ídem à Figura IV.16, para OCA $z=60$	84
IV.25 - ídem à Figura IV.16, para OCA $z=65$	84
IV.26 - ídem à Figura IV.16, para OCA $z=70$	85

IV.27 - ídem à Figura IV.16, para ON $z=30$	85
IV.28 - ídem à Figura IV.16, para OAM $z=30$	86
IV.29 - ídem à Figura IV.16, para OAM $z=45$	86

Glossário dos Símbolos

ϕ - latitude do lugar

$\Delta\phi$ - correção à latitude do lugar

λ - longitude do lugar

$\Delta\lambda$ - correção à longitude do lugar

z - distância zenital

ϕ' - latitude instantânea

λ' - longitude instantânea

(UT1-UTC) - correção ao Tempo Universal Coordenado

UT0 - Tempo Universal da observação

TR - instante registrado da observação do bordo do Sol pelo relógio local

TSG - Tempo Sideral Aparente de Greenwich

(TE-TA) - Tempo das Efemérides menos Tempo Atômico

(TA-UTC) - Tempo Atômico menos Tempo Universal Coordenado

z_G - distância zenital geocêntrica

δ - declinação do Sol

α - ascensão reta do Sol

TS - Tempo Sideral Local

z_c - distância zenital calculada

Δz_p - correção devida à paralaxe

ρ - distância geocêntrica do observador

ϖ - paralaxe solar

RF- refração atmosférica

α_0 - coeficiente função da temperatura do ar e pressão
 n_0 - índice de refração do ar
 β_0 - coeficiente que depende da temperatura
 l_0 - altura em uma atmosfera homogênea sob pressão constante
P - pressão
 p' - pressão parcial de vapor d'água
 p_s - pressão saturada do vapor d'água
 p_0 - altura barométrica
h - altitude do lugar
 t_b - temperatura do barômetro
 v_0 - posição de desdobramento
 v_m - posição média dos contactos do tambor em volta do parafuso e fração do micrômetro
k - valor angular da volta do parafuso micrométrico
Z - azimute
c - número de contatos registrados por volta do parafuso micrométrico
S - ângulo paralático
x - abscissa média da observação
D - deslocamento lateral das imagens do Sol
 Δz_1 - correção devida ao não tangenciamento das imagens
 z_o - distância zenital observada
R - correção devida à deformação do prisma à refração
A(x) - correção devida à curvatura do almucântar
B(Z) - correção devida à curvatura do paralelo
(O-C) - resíduo em distância zenital

Δz - correção ao raio de observação

ΔA - correção ao equador

ΔE - correção ao equinócio

ΔL - correção à longitude média do Sol

v - anomalia verdadeira

e - excentricidade da órbita do Sol

$\Delta \epsilon$ - correção à obliquidade da eclíptica

Δe - correção à excentricidade do Sol

$\Delta \varpi$ - correção à longitude do periélio

Capítulo I

I.1 - INTRODUÇÃO

O Astrolábio de Claude e Driencourt (1910), após a modificação feita por Danjon tornando-o impessoal (Danjon 1955), tem ao longo destas últimas quatro décadas, contribuído imensamente para relevantes trabalhos no campo da Astronomia Fundamental (Danjon 1959; Guinot e Débarbat 1960; Billaud 1968; Benevides et al. 1979, Andrei et al.1982).

A utilização do Astrolábio em observações da Lua (D'Ávila 1975; Benevides e D'Ávila 1978) e planetas (Débarbat e Kovalevsky 1963; Débarbat 1977; Reis 1987) do sistema solar demonstrou sua ampla potencialidade, com a obtenção de resultados significativos.

Como exemplos de trabalhos tradicionais temos os inúmeros catálogos estelares originários de programas observacionais de grupos de estrelas (Guinot et al. 1961; Noel et al. 1974; Billaud et al. 1978; Clauzet 1982,1989; Andrei et al. 1983) e mais recentemente as observações de rádio-fontes que nos permitem uma comparação entre os catálogos ópticos e rádio (Clauzet et al. 1986).

No campo das observações celestes com o astrolábio Danjon, as técnicas usadas para aumentar o limite de magnitudes estelares, que no instrumento original é de $m_V=6.0$, foram satisfatórias. É o caso dos Astrolábios Fotoelétricos totalmente automatizados (Chinese Astrolabe Group 1973, 1975; Billaud e Texereau 1982).

Paralelamente, desenvolveu-se em alguns centros trabalhos de observação do Sol que prosseguem até os dias de hoje. Após alguns ensaios efetuados em Besançon por P. Grudler e P. Benevides, as primeiras tentativas de observação do Sol foram realizadas no IAG/1973 e o programa regular teve início em 1974 no Observatório Abrahão de Moraes (Leister 1979). O programa do Observatório de Calern/OCA teve início em 1975 (Laclare 1975; Chollet e Laclare 1977; Chollet et al. 1978) e do Observatório Nacional em 1978 (Penna 1982).

As observações do Sol com o Astrolábio têm sido utilizadas com a finalidade de se obter a orientação do sistema de referência, além dos parâmetros que fixam a órbita da terra (Chollet 1981; Benevides et al. 1981; Bougeard et al. 1983; Laclare et al. 1985a; Journet 1986; Leister 1989).

Além disso, as observações solares têm proporcionado estudo na área da heliosismologia. Devido à característica da observação, feita através da tangência dos bordos, consegue-se medir variações no semi-diâmetro solar (Laclare et al. 1985b).

As dificuldades que os programas observacionais com o Astrolábio apresentavam, inicialmente, eram em parte de natureza experimental, advindas das condições climáticas adversas durante a observação e do fato de o Sol se apresentar como um objeto extenso, além da limitação do instrumento na observação de toda a sua órbita aparente.

A fim de diminuir tais condições limitantes e assim aumentar a precisão das observações individuais do Sol, melhoramentos óptico-mecânicos foram implementados. Inicialmente estendeu-se a distância zenital para outros valores além do valor original 30° , através da utilização de prismas refletores, realizados de material vitro-cerâmico de dilatação nula. Estes prismas permitem a observação em várias distâncias zenitais entre 30° e 70° no Observatório de La Côte d'Azur / OCA (Laclare e Glentzlin 1981;

Laclare e Journet 1989) e em 30° e 45° no Observatório Abrahão de Moraes (Leister 1989; Poppe 1994). Com isso, cobre-se a órbita aparente do Sol em quase 100 % nos dois centros.

A partir destes ganhos instrumentais, o método de determinação do diâmetro solar também teve seu interesse aumentado, já que o raio de observação materializado pelo ângulo do prisma refletor não se altera. Primeiramente, no Observatório de Calern foi detectada uma oscilação lenta de período de cerca de 900 dias e uma amplitude de 0.5", sobre o conjunto de medidas feitas entre 1978 a 1982 (Laclare 1983). Mais adiante, um ciclo de cerca de 1000 dias veio a ser confirmado por Leister em 1988, através das observações do sol feitas no Observatório de Abrahão de Moraes (Leister e Benevides-Soares 1990).

Diante destas novas perspectivas de trabalho a cooperação já existente entre a França e o Brasil, foi estendida com outros Observatórios no Chile (Noël 1993, 1994), Espanha (Sánchez et al. 1993) e Turquia (Chollet 1993).

A mais recente modificação no Astrolábio foi feita no Observatório de La Côte d'Azur em 1990 e teve como objetivo a adaptação de um CCD no plano focal do instrumento, em substituição ao olho do observador (Laclare e Merlin 1991). Com isso, a precisão das observações solares, que anteriormente era da ordem de 0.8", melhora para a metade. Tal técnica está sendo desenvolvida atualmente no Observatório Abrahão de Moraes e, em fase inicial de projeto, no Observatório Nacional.

I.2 - OBJETIVO

Os programas de observação do sol desenvolvidos nos Observatórios de Calern / OCA, Observatório Abrahão de Moraes / IAG/USP e Observatório Nacional / CNPq,

mostraram, isoladamente, poder contribuir significativamente para a obtenção da orientação do sistema Fundamental de Referência, bem como dos parâmetros que fixam a órbita da Terra.

Apesar de todos estes resultados obtidos, as observações analisadas separadamente, não nos possibilitavam determinar alguns elementos da órbita, tal como a obliquidade da eclíptica com a precisão necessária. Este fato é devido às variações geométricas da observação do Sol a partir de um único sítio ao longo do ano.

Entretanto, a combinação dos resultados obtidos no Rio de Janeiro e São Paulo com os de Calern permite uma cobertura completa de toda trajetória aparente do Sol em condições adequadas para uma solução satisfatória de todos os parâmetros orbitais.

Graças ao trabalho de cooperação entre o Observatório Abraão de Moraes, Observatório de Calern e o Observatório Nacional, conseguimos reunir 19 anos de observações solares - em um total superior a 6000 trânsitos completos (2 bordos) - as quais compõem o conjunto de dados utilizado nesta tese.

Em razão da dependência da qualidade dos dados com a distância zenital torna-se necessário ponderá-los no contexto da solução combinada. Além disso, com a intenção de homogeneizar os dados, as variações de hora e latitude de cada sítio serão estimadas através dos elementos fornecidos pelo IERS.

A finalidade deste trabalho é a obtenção de correções precisas ao equador e equinócio do sistema Fundamental de Referência e aos elementos orbitais da Terra.

Capítulo II - Redução

II.1 - HISTÓRICO

Neste capítulo mostraremos como se apresenta a massa de dados observacionais do Sol, como e onde se encontra o banco de dados, estatística e distribuição quantitativa destas observações ao longo dos anos. Expõe-se ainda a forma com que foram tratados os dados primários a fim de torná-los homogêneos para solução posterior.

Convém fazer um breve relato histórico sobre as rotinas observacionais realizadas com o Astrolábio Danjon nos três centros dos quais são provenientes estes dados.

O Astrolábio Danjon foi projetado para trabalhar segundo o método das alturas iguais, conforme apresentado por Gauss. A efetivação da medida consiste em datar, através do padrão de tempo local, o instante do trânsito de uma estrela por um círculo de altura, cujo raio é uma das incógnitas a ser determinado (Danjon 1955, 1959).

A distância zenital instrumental é definida por um prisma equilátero, colocado a frente da objetiva do instrumento associado a um banho de mercúrio que materializa um horizonte artificial. Um esquema do instrumento padrão pode ser visto na figura II-1.

A figura II-1 mostra o caminho óptico seguido pelos raios luminosos até o plano focal da objetiva. Duas imagens irão se formar, uma originária da incidência direta no prisma e outra após reflexão no banho de mercúrio antes de passar pelo prisma. Um prisma birrefringente de Wollaston desdobra os dois feixes, produzindo quatro imagens no total. Dois dos feixes são homocêntricos o que elimina erros devidos a focalização.

Por intermédio de um movimento micrométrico do prisma de Wollaston o observador mantém as duas imagens em coincidência durante o intervalo da ordem de $0^m.5$. Um sistema de contatos elétricos permite datar o evento.

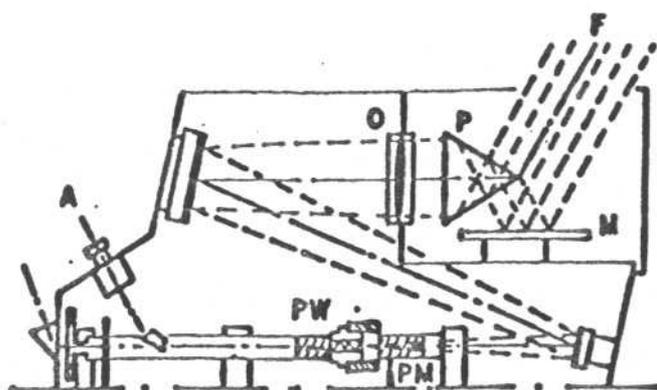


FIGURA II.1 - Esquema do Astrolábio Impessoal Danjon.

(Reis 1987)

Tem-se que: F \rightarrow Feixe de Luz incidente, M \rightarrow banho de mercúrio, P \rightarrow Prisma, O \rightarrow Objetiva, PM \rightarrow Parafuso micrométrico, PW \rightarrow Prisma de Wollaston, A \rightarrow Ocular Principal.

Para utilizar o Astrolábio Danjon em observações solares é necessário introduzir um filtro neutro para atenuar o fluxo solar e uma capa para protegê-lo da irradiação direta.

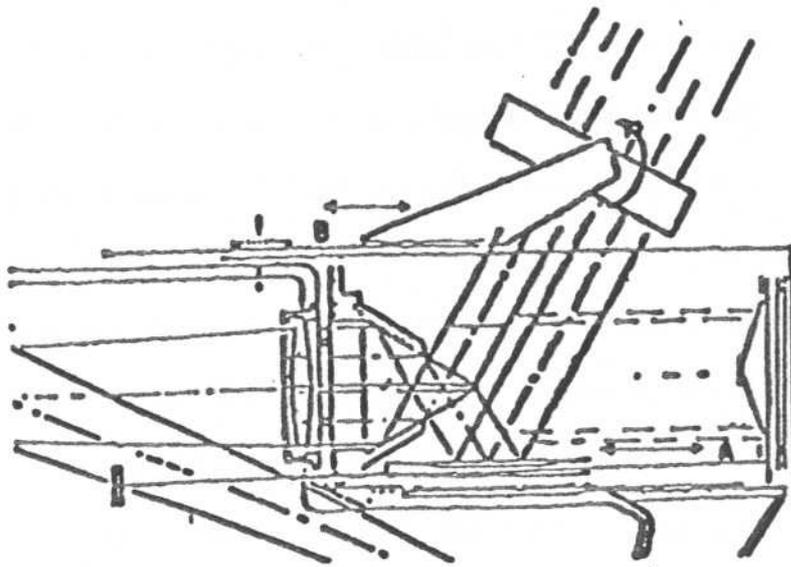


FIGURA II.2 - Esquema do Astrolábio modificado de Valinhos.

(Leister 1989)

Em Valinhos, onde está localizado o Observatório Abrahão de Moraes, começou-se a observar o sol em 1974. A latitude é $-23^{\circ} 00' 06''$.0, e a uma distância zenital de 30° pode-se observar 60 % da órbita. A fim de aumentar esta fração instalou-se, em 1982, um prisma a reflexão para observação à altura de 45° , adicionalmente à de 60° . A fração da órbita observada passou para quase 100 %. Um esquema do Astrolábio modificado de Valinhos é visto na figura II.2.

Outra alteração feita neste instrumento em 1986, foi a substituição do prisma padrão a transmissão por um a reflexão, também de material vitro-cerâmico para as observações no Almicrântar de 30° .

No Observatório de la Côte D'Azur iniciou-se a observação do Sol em 1976. A latitude é de $+43^{\circ} 44' 55''$, o que limita a fração da órbita observável à distância zenital de 30° , a cerca de 35 %. A ampliação desta fração foi obtida por uma bateria de prismas cobrindo o intervalo de distância zenital de 30° a 70° em passos de cerca de 5° .

A partir de 1990, foi adaptado um sistema de aquisição utilizando uma câmera CCD no plano focal. Com isso assegura-se o caráter estritamente impessoal do instrumento Astrolábio solar. Os resultados experimentais obtidos mostram que este modo de aquisição de dados aumenta a precisão experimental de um fator 2. Uma ilustração deste astrolábio é visto na Figura II.3.

Atualmente um outro astrolábio solar está sendo desenvolvido no OCA. Neste novo instrumento, denominado de Astrolábio a prisma variável, existe um mecanismo com o qual se pode fixar o ângulo do prisma no valor desejado. Isso permite multiplicar o número de observações efetuadas diariamente com o objetivo de incrementar a precisão da determinação do diâmetro solar.

Analogamente a estes dois centros, iniciou-se no Observatório Nacional, em 1978, um programa de observações do Sol, cumprido regularmente de forma rotineira até 1982. Após um intervalo de tempo em que o instrumento se encontrou parado por motivos de dificuldades técnicas e de falta de observadores, está sendo retomado o programa observacional de estrelas e do Sol. Atualmente, um sistema detector CCD semelhante ao do OCA encontra-se em fase de instalação.

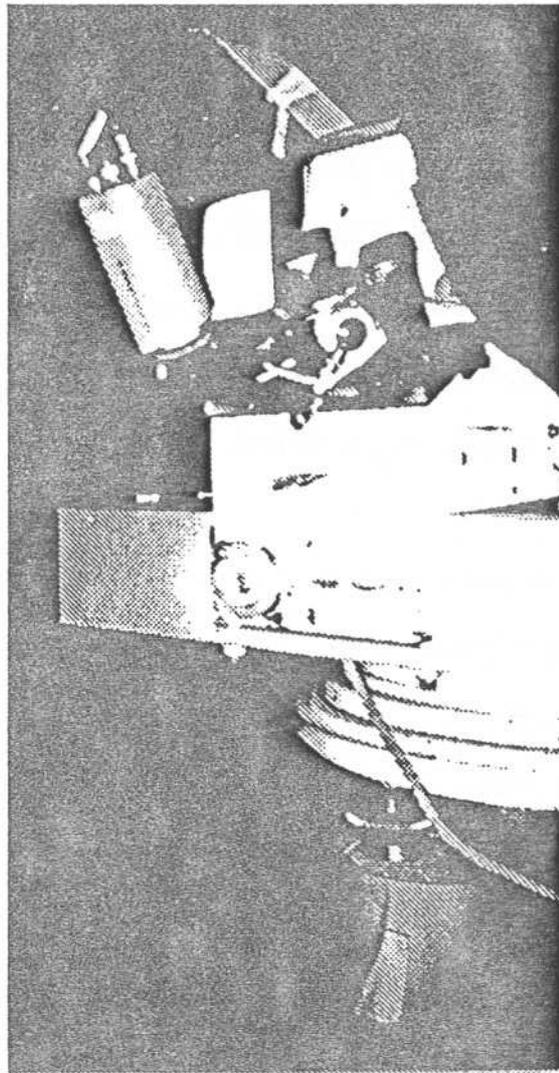


FIGURA II.3 - Astrolábio solar com câmera CCD de Calern/OCA.

II.2 - MATERIAL E MÉTODO

Os dados provenientes do Observatório de Valinhos distribuí-se sobre o período de 1974 a 1987, enquanto que os do Observatório de la Côte D'Azur vão de 1978 a 1992, e os do Observatório Nacional, de 1978 a 1981. Ao todo reunimos um número total de 12000 bordos observados do sol e neste fato está uma das importâncias deste projeto.

Os dados do OAM foram observados por um grande número de observadores e foram organizados e compilados por Nelson Leister, que os colocou à disposição para este trabalho.

O material proveniente do OCA resulta do trabalho de praticamente um observador, Francis Laclare, responsável também pela sua organização e compilação e pela sua inclusão neste trabalho.

A Figura II.4 ilustra a fração da órbita observada nas diferentes distâncias zenitais, para as latitudes dos três centros. No OCA podemos ver a diversidade observacional, devida a alta latitude. Para se poder cobrir toda a órbita precisa-se observar muito próximo ao horizonte, podendo introduzir assim um erro maior ao efeito de refração.

Como veremos adiante, os dados do OCA são de melhor qualidade que os demais. Isto é consequência do fato deles serem devidos a um único observador experiente, motivado e cuidadoso. Já em Valinhos dez observadores participaram alternadamente das campanhas ao longo do período 1974 a 1980, a partir de 1981 o número de observadores passou para 3, o que melhorou bastante a qualidade das observações. O mesmo se aplica com relação aos quatro observadores da série do Observatório Nacional.

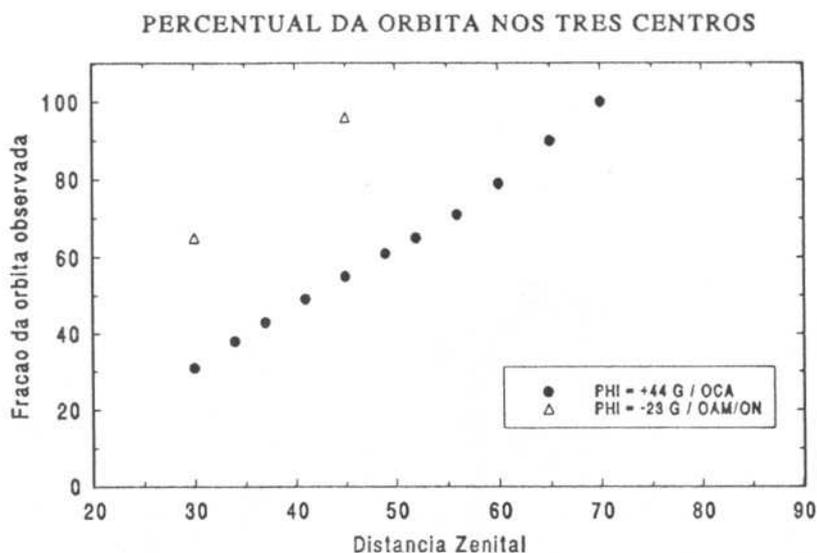


FIGURA II.4 - Gráfico do percentual da órbita observada (%) nas diferentes distâncias zenitais (°) nas latitudes dos três Sítios.

A rotina de observação é semelhante nos três centros, o que assegura o desejável grau de homogeneidade para os dados.

Por se tratar de um objeto extenso, a coincidência das imagens do Sol se observa em cada um dos bordos - superior e inferior - mediante a tangência das duas imagens do disco solar. O trânsito do centro do Sol corresponde a média dos bordos. A Figura II.5 representa as imagens do bordo quando na tangência. As linhas tracejadas representam a imagem refletida no banho de mercúrio (indireta) e a linha cheia a imagem direta. É visível que uma falta de alinhamento dos discos no mesmo plano vertical introduz um erro na medida. Como veremos adiante este erro é facilmente corrigível desde que o observador note o desalinhamento a partir da sobreposição das imagens mostradas na Figura II.5(B).

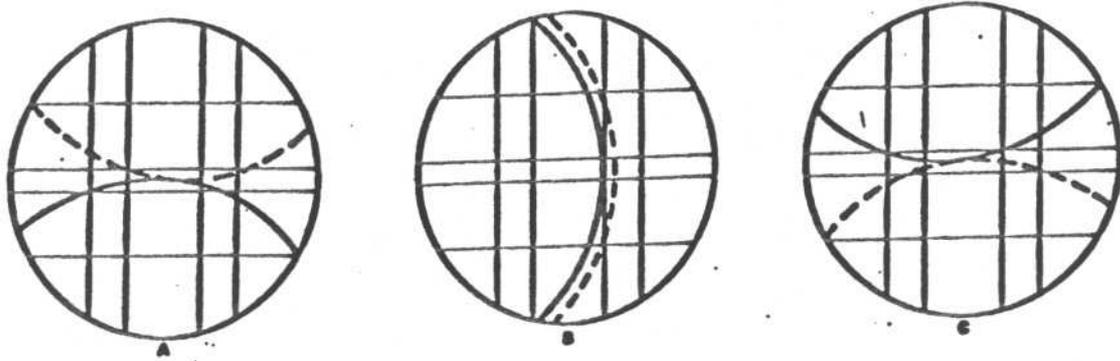


FIGURA II.5 - Tangência das imagens (A e C) e sobreposição das imagens (B).

As observações encontram-se distribuídas no intervalo de 1974 a 1992, sendo a data média vizinha de 1983.5 . Na tabela II.1, podemos ver a repartição quantitativa das observações em função do tempo e da distância zenital. A Figura II.6 mostra o histograma da distribuição dos dados.

TABELA II.1

ANO		NÚMERO TOTAL DE OBSERVAÇÕES DE BORDOS DO SOL														TOTAL
		OAM / VAL.		CALERN / OCA												
O.N.	30°	45°	30°	34°	37°	41°	45°	49°	52°	56°	60°	65°	70°	70°	TOTAL	
1974		112													112	
1975		100													100	
1976		120													120	
1977		42													42	
1978	208	54	80												342	
1979	276	38	76				138				16				544	
1980	216	44	98				150				212				720	
1981		170	46				136				166				518	
1982		136	96				172				220				766	
1983		90	26		52		106		122		276				800	
1984		132	28	22	50	72	92		126				156		838	
1985		88	20	38	66	88	102	122	140	146	148		132		1280	
1986		200	24	36	58	64	68	82	102	112	122		72		1106	
1987		112	6	12	74	88	126	134	162	174	160	126	180		1518	
1988			14	10	40	52	60	76	88	96	124	126	214		900	
1989			32	34	46	52	76	86	102	126	140	132	146		972	
1990			10	18	40	52	66	66	80	98	104	86	108		630	
1991			10	16	26	38	42	54	66	62	86	72	68		540	
1992			10	12	38	52	52	50	66	70	78	788	84		600	
TOTAL	700	1438	950	576	198	490	1386	670	1054	786	1852	630	1160		12448	

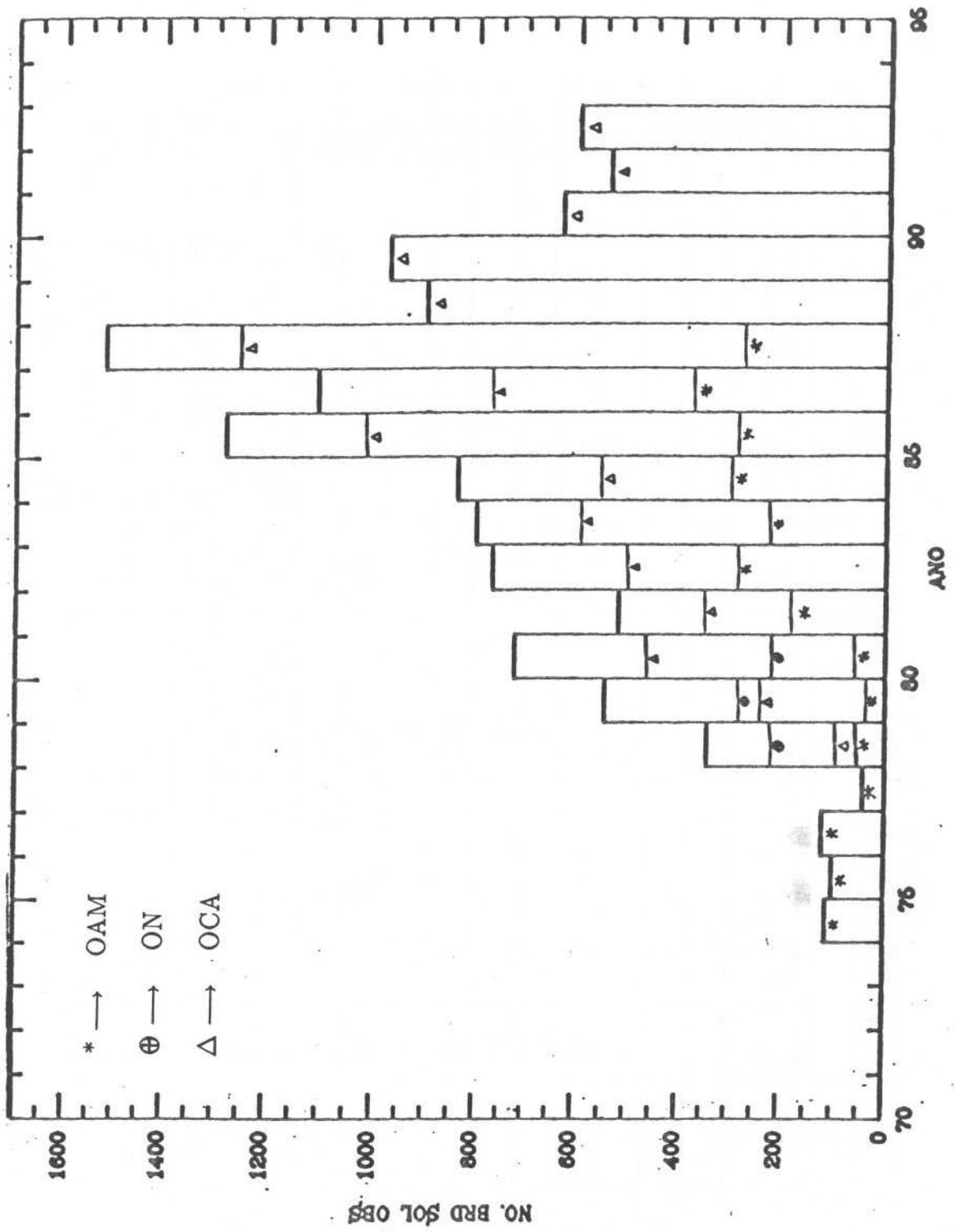


FIGURA II.6 - Distribuição do número bordos observados por ano.

II.3 - O BANCO DE DADOS

Diante do grande número de observações de bordos solares, organizamos estes dados de uma forma uniforme para os três centros. É fácil o acesso aos dados observacionais, a começar pelo nome do arquivo que é formado da identificação do lugar da observação, o ano e a distância zenital observada. Estes arquivos de dados se encontram gravados em diretórios na SPARC station SLC, em diretórios no PC 486 e em disquetes.

A primeira linha dos arquivos foi reservada para as informações gerais do sítio que corresponde a cada observação na seguinte ordem: as coordenadas geográficas do local da observação (ϕ e λ), altitude do lugar, centro, distância zenital de observação e o valor anual da constante (TA-UTC) dado pelo IERS. Cada linha a seguir a esta primeira do arquivo contém toda informação da observação de um bordo solar ou seja: Data (ano, mes, dia), observador, Tempo Universal do início e fim da observação, Refração (cuja forma de cálculo veremos nos próximos itens), número de contatos, Tempo Universal do instante do trânsito do primeiro bordo, a abscissa média e, um parâmetro de correção de não alinhamento das imagens e, em seguida, as mesmas medidas para o segundo bordo observado.

II.4 - OBTENÇÃO DAS CURVAS DE LATITUDE E TEMPO

Na redução das observações do sol é necessário o conhecimento da posição do zênite local no instante da observação. Para tal existem duas possibilidades: 1) utilizarmos as correções em latitude e tempo originárias da observação noturna de grupos de estrelas, 2) ou fazermos uso das curvas de latitude e tempo fornecidas pelos Bulletin B do International Earth Rotation Service (Bulletin B IERS, 1974 a 1992).

A questão é importante e os resultados vão depender da escolha das alternativas acima.

Se a posição do zênite é obtida a partir das observações de estrelas, quando fizermos a análise das observações do Sol (como veremos no próximo capítulo) as correções obtidas, correção de equador e correção ao equinócio, serão referidas às origens das coordenadas do catálogo estelar utilizado. Se houver mais de uma estação de observação poder-se-á utilizar uma única incógnita para o equador e outra para o equinócio, independentemente do número de estações, desde que o catálogo estelar utilizado seja suficientemente homogêneo, ou seja, desde que o seu equador e equinócio sejam sensivelmente constantes para todas as zonas de declinações envolvidas.

Por outro lado o IERS fornece as correções à latitude e à longitude devidas ao movimento do polo e a correção devida à irregularidade da rotação da Terra. O valor da posição final do zênite depende ainda da adoção de valores para a latitude e longitude médias no sistema do IERS.

A maneira pela qual as coordenadas médias são calculadas define a natureza do resultado obtido. Se as coordenadas médias forem estimadas a partir de procedimento puramente geofísico, as correções finais ao equador e equinócio referem-se ao

sistema implícito do IERS. Se, por outro lado, forem utilizadas as observações estelares, as correções finais serão correspondentes ao catálogo utilizado para as reduções das observações estelares.

É possível ainda adotar coordenadas médias puramente convencionais e, na solução final, obter correções individuais para cada uma das estações. Estas correções não se referem a origem do sistema de referência e têm unicamente o significado de correção geográfica para o sistema do IERS.

Adotamos aqui a alternativa de calcular as coordenadas médias a partir das observações estelares.

No caso do O.N. e OAM fizemos uso das curvas de latitude e tempo ajustadas aos valores de grupos de estrelas, já utilizadas anteriormente para redução das observações do Sol (Leister 1989, Penna 1982). As curvas de latitude e tempo, já subtraída a parte variável do IERS, são exibidas no apêndice A.

Para o OCA, como não houve observações de grupos de estrelas no astrolábio solar, as coordenadas médias foram obtidas através do transporte das coordenadas médias do astrolábio fotoelétrico (Vigouroux et al 1992), instalado próximo ao astrolábio solar.

Os valores adotados para as longitudes e latitudes dos três Observatórios são apresentados na Tabela II.2

TABELA II.2

LATITUDE E LONGITUDE DOS TRÊS CENTROS		
ESTAÇÃO	ϕ	λ
CALERN/OCA	+43° 44' 55.89"	-0 ^h 27 ^m 42.442 ^s
OAM/VALINHOS	-23° 00' 06.00"	+3 ^h 07 ^m 52.220 ^s
OBS.NACIONAL	-22° 53' 42.50"	+2 ^h 52 ^m 53.479 ^s

As correções originárias do IERS são apresentadas em termos de uma correção (UT1-UTC) ao Tempo Universal coordenado, e para latitude e longitude uma correção da forma de coordenadas retangulares, X e Y, com origem em um polo médio escolhido arbitrariamente.

Os arquivos gerados a partir dos dados provenientes do IERS, contém então as correções diárias à latitude ($\Delta\phi$), à longitude ($\Delta\lambda$) e ao Tempo Universal Coordenado (UT1-UTC), para cada estação.

As expressões finais para o cálculo da latitude e longitude instantâneas são a seguinte:

$$\phi' = \phi + \Delta\phi \quad (2.4.1)$$

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda + 0^{\circ}.0213 \cos z \quad (2.4.2)$$

Em (2.4.1) ϕ é o valor médio da latitude, enquanto que $\Delta\phi$ é a variação da latitude devido ao movimento do polo calculada através de:

$$\Delta\phi = X \cos \lambda + Y \sin \lambda \quad (2.4.3)$$

De forma análoga à equação (2.4.2), λ é a longitude média, λ' longitude instantânea e $\Delta\lambda$ é calculado a partir dos dados do IERS por:

$$\Delta\lambda = (X \sin \lambda - Y \cos \lambda) \tan \phi \quad (2.4.4)$$

O último termo de (2.4.2) apresenta uma forma prática de introduzir a correção de aberração diurna.

Temos também a seguinte expressão para UT1:

$$UT1 = TR + (UT1 - UTC) + (UTC - TR) \quad (2.4.5)$$

onde: TR → instante registrado pelo relógio local da observação de um bordo do sol, em uma determinada distância zenital,

UT1 → Tempo Universal da observação.

UTC → Tempo coordenado da observação.

TA → Tempo atômico da observação.

TE → Tempo das efemérides da observação.

(UT1-UTC) → é fornecido pelo IERS,

(UTC-TR) → é fornecido pelo Serviço da hora.

Outro arquivo de entrada de dados importante, que se faz necessário a redução das observações solares, é o que contém as efemérides do Sol. Estas foram geradas a partir de programa do Bureau des Longitudes que calcula as coordenadas do Sol usando a teoria VSOP82 (Bretagnon, P. 1982). Nesta teoria a precisão para os elementos médios Keplerianos é de 10^{-8} para o Sol. As coordenadas são dadas para J2000, utilizando as novas constantes recomendadas pela IAU e apresentadas no The Astronomical Almanac de 1984. Este arquivo contém, para cada dia, a ascensão reta, a declinação e semi-diâmetro geocêntricos aparentes do Sol, a obliquidade da eclíptica e o Tempo Sideral Aparente de Greenwich a 0^h UT, TSG_0 .

Podemos calcular o Tempo Sideral Aparente de Greenwich (TSG) a partir da interpolação, ao instante UT1, do TSG_0 adicionando-se ainda ao resultado o valor de UT1.

O conhecimento da datação em Tempo das Efemérides ou presentemente TDT (Tempo Dinâmico) é o argumento necessário para o acesso, através de interpolação, às efemérides do Sol. A conversão em Tempo das Efemérides do instante da observação se dá através da diferença Tempo das Efemérides e o Tempo Atômico (TE-TA), mais uma relação Tempo Atômico menos Tempo Universal Coordenado (TA-UTC), somados ao instante da passagem registrado pelo relógio local (TR), como mostra a equação (2.4.6) abaixo:

$$TE = TR + (TA - UTC) + (TE - TA) + (UTC - TR) \quad (2.4.6)$$

TE-TA é um valor constante dado por:

$$TE - TA = 32.184^s$$

(TA-UTC) é obtido a partir dos dados IERS, e é sempre igual a um número inteiro de segundos. Por exemplo, para 1985 o valor de (TA-UTC) é 22^s .

II.5 - REDUÇÃO DAS OBSERVAÇÕES

A maneira prática de exprimir os dados observacionais consiste em escrever a diferença entre a distância zenital instrumental, (z_o), e a distância zenital deduzida das efemérides a partir do instante do trânsito, (z_c).

II.5.1 - Distância zenital calculada

A partir da teoria do sol obtemos a distância zenital geocêntrica do sol para o instante observado:

$$z_G = \arccos(\sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos(TS - \alpha)) \quad (2.5.1)$$

Onde:

$\delta, \alpha \rightarrow$ são declinação e ascensão reta dadas pelas efemérides astronômicas do sol, interpolados para o Tempo das Efemérides da observação.

$\phi \rightarrow$ Latitude instantânea do lugar da observação.

TS \rightarrow Tempo Sideral Local, calculado a partir da subtração da longitude do Observatório do valor da TSG dado por (2.4.6).

Uma vez obtido z_G podemos calcular a distância zenital topocêntrica. Para tanto temos seguinte relação:

$$z_c = z_G + \Delta z_p \quad (2.5.2)$$

Com Δz_p sendo a correção devida à paralaxe e pode ser escrita em termos da distância geocêntrica do observador ρ e a paralaxe solar ϖ .

$$\Delta z_p = \rho \varpi \sin z_G$$

A expressão final para a distância zenital topocêntrica calculada para o limbo solar é obtida da expressão:

$$z_c = z_G + \rho \varpi \sin z_G \pm s(1 + \rho \varpi \cos z_G) \quad (2.5.3)$$

Onde o sinal positivo se refere ao o bordo inferior e negativo ao bordo superior; $s \rightarrow$ sendo o semi-diâmetro aparente do sol.

II.5.2 - Distância zenital observada

A distância zenital de observação consiste de uma soma de vários termos cujas parcelas mais importantes são a distância zenital definida pelo prisma utilizado na observação e a originária da Refração atmosférica (que passa ter um valor muito alto, para as observações em distâncias zenitais a cima de 60° , o que é o caso do O.C.A.).

A fórmula de base para o cálculo da Refração utilizada é a de Laplace, que está descrito no *Astronomie Générale* (Danjon 1952), cuja a expressão é a seguinte:

$$R_F = \alpha_0(1 - \beta_0) \tan z_0 - \alpha(\beta_0 - \alpha_0/2) \tan^3 z_0$$

O coeficiente α_0 é função da temperatura do ar (t) e da pressão (P) locais.

A variável α_0 é a soma de um termo proporcional à densidade do ar, calculado pela fórmula dos gases perfeitos, menos uma correção devida ao conteúdo de vapor d'água. Exprimindo-se a temperatura t em graus Celsius e a pressão do ar (P) em mm de Hg, tem-se que:

$$\alpha_0 = [\alpha_0]_{0,760} \frac{273.16}{273.16 + t} \frac{P}{760} - 5.510^{-8} \frac{273}{273 + t} P$$

A variável β_0 depende unicamente da temperatura:

$$\beta_0 = [\beta_0]_{0,760} \frac{273^\circ + t}{273^\circ}$$

O valor das constantes da fórmula (Danjon 1952) acima são o seguinte:

$$[\alpha_0]_{0,760} = 0.00029255$$

$$[\beta_0]_{0,760} = 0.001254$$

É preciso ainda corrigir as leituras barométricas, da temperatura do barômetro (t_b), da altitude do lugar (h), e da latitude da estação da observação (ϕ).

$$P = P_0(1 - 0.00264 \cos 2\phi - 0.000000196h - 0.000163t_b)$$

sendo h expresso em metros e t_b em Celsius.

Para estimar a pressão parcial de vapor d'água pode-se utilizar as expressões do Annuaire do Bureau des Longitudes. A pressão de saturação p' é obtido a partir da temperatura do bulbo úmido pela fórmula:

$$p' = 4.591 \exp(0.07292t' - 0.000284t'^2)$$

E finalmente a pressão do vapor d'água vai ser dada por:

$$p = p'(t') - 0.00069(t - t')$$

Onde pressões são medidas em mm Hg e temperaturas em Celsius.

Outras correções de origem instrumental são as seguintes (Débarbat et Guinot, 1970):

1) Posição do plano focal:

O valor $k(v_0 - v_m)$ é a correção necessária a fim de se referir o instante observado ao plano focal. Nessa expressão definimos v_0 como sendo a posição de desdobramento nulo das imagens dos retículos vistas por reflexão no espelho, por volta e fração do micrômetro; v_m é a posição média dos contactos do tambor por volta e fração do micrômetro; e k é o valor angular da volta do parafuso ($k = 25.8''$). Nas vizinhanças do meridiano usa-se uma outra parte do tambor com o dobro do número de contatos.

O cromatismo secundário da objetiva introduz um efeito dependente do comprimento de onda. Em particular o filtro solar utilizado tem um cromatismo bastante marcado e uma eventual troca do filtro se acompanha de uma variação constante na distância zenital observada.

2) Curvatura do Almocântara:

Caso a observação do Sol não tenha sido centrada no campo do Astrolábio, é necessário aplicar uma correção instrumental, $A(x)$, devida à curvatura do almocântara (Débarbat et al 1970) e dada por:

$$A(x) = 0''.00378x^2$$

onde x é a abscissa média da observação contada segundo a unidade convencional (0.5').

3) Curvatura do paralelo:

Uma outra correção instrumental introduzida é a devida à curvatura do paralelo

$$B(Z) = 0''.0134\left(\frac{2}{c}\right)^2 \frac{\cos S \tan \delta}{\sin^2 S}$$

onde δ é a declinação do Sol, S é o ângulo paralático e c é o número de contatos registrados por volta do parafuso micrométrico (pode ser 2 ou 4). Portanto $B(Z)$ é função do azimute da observação.

4) Desalinhamento vertical das imagens:

Para o caso da tangência dos bordos, o deslocamento lateral das imagens (D) introduz o efeito mostrado na figura (II.7).

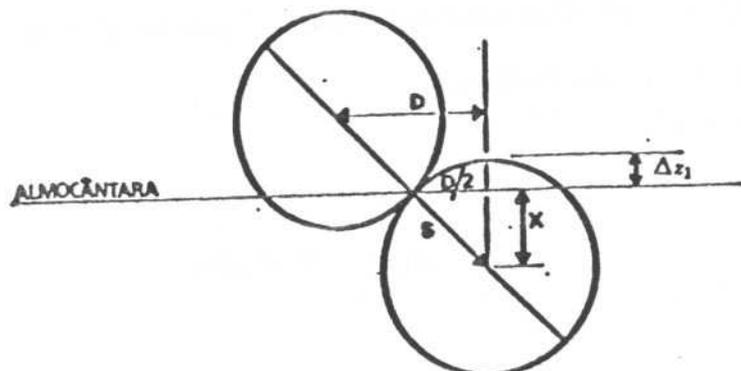


Figura (II.7) - Erro causado pelo deslocamento lateral das imagens.

Da Figura (II.7) temos que:

$$\Delta z_1 = \frac{1''}{32s} D^2$$

onde D é o deslocamento lateral das imagens, medido em unidades convencionais para as abcissas do campo do astrolábio ($0.5'$), e s é o semi-diâmetro do Sol.

A variação Δz_1 afeta muito pouco a distância zenital de observação. Seu efeito é anulado quando da observação dos dois bordos do Sol, desde que o observador não corrija a orientação da aresta horizontal do prisma entre as duas observações.

5) Deformações do prisma equilátero:

Uma correção ao raio de observação foi acrescentada nas observações feitas com o prisma original do Astrolábio, cujas faces sofriam uma deformação térmica devida ao calor. Para as observações que usam prismas a reflexão tal correção não se faz

necessária já que o material utilizado na confecção destes prismas é de baixo coeficiente de dilatação. Esta correção é dada por:

$$R = -20''.14(v_2 - v_0)$$

onde v_2 e v_0 são obtidas por medidas de auto-colimação sobre as faces frontais do prisma e sobre um espelho plano, respectivamente (Benevides e Clauzet 1984).

A expressão final para a distância zenital observada será então:

$$z_O = z + R_F + k(v_0 - v_m) + A(X) + B(Z) + \Delta z_1 - R$$

onde z é a distância zenital da observação, definida pelo ângulo do prisma utilizado na observação.

II.6 - PROCESSANDO A REDUÇÃO DAS OBSERVAÇÕES

Vamos agora dar alguns esclarecimentos sobre a rotina que foi seguida para a redução de todas as observações do Sol. Na repartição das observações para a redução levou-se em conta a altura observada. Para cada altura tivemos um programa que era específico para aquele grupo. Isto foi necessário porque, apesar dos arquivos serem homogêneos, nem sempre tinham a mesma forma na leitura, principalmente os dados de Calern/OCA, de onde procede a maior parte das observações desta tese. Os dados

referentes à refração foram previamente calculados por Laclare, mas de acordo com a rotina usada para as observações do OAM e ON.

Quanto às observações do OAM, para sua redução também as dividimos em grupos de altura 30° e 45° , no caso do OAM, e mesmo para $z=30^\circ$ dividimos também as observações em 2 partes, a primeira parte, composta das observações usando prisma de refração no período de 1974 a meados de 1986 e a outra parte formada pelas observações usando prisma de reflexão de 1986 a 1987. Para $z=45^\circ$ as observações foram tratadas em um só grupo, uma vez que não houve nenhuma mudança observada ao longo deste período.

As observações do ON foram tratadas em um mesmo grupo e programa já que as mesmas não sofreram mudanças que pudessem alterar o arquivo de dados. Estas observações, usando prisma de refração, dizem respeito a $z=30^\circ$.

Uma outra divisão dos dados em grupos foi feita, agora para a preparação dos resultados da redução para a análise. Dividimos as observações em subgrupos de altura cujo fato em comum era ter-se utilizado o mesmo prisma e o mesmo filtro.

Para o OCA, na distância zenital de 30° , tivemos dois grupos de dados um referente ao período de 1978 a 1981, quando então houve uma troca do prisma, e outro referente ao período de 1982 a 1992. Para a distância zenital de 45° também utilizou-se dois prisma e os dois grupos de altura ficaram abrangendo os seguintes períodos: um grupo de 1979 e de outro de 1980 a 1992.

Para o OAM tivemos, para a distância zenital de 30° , três grupos divididos da seguinte forma: o período de 1974 a 1982, um segundo período do final de 1982 a 1986 e o terceiro de 1986 a 1987.

Para o O.N. utilizamos três filtros diferentes e os grupos ficaram assim: um período de 1978 parte 1979, outro no final de 1979 e o terceiro de 1979 a 1981.

Capítulo III - Modelagem dos dados

III.1 - EQUAÇÃO DE CONDIÇÃO

Uma vez feita a redução das observações dos três centros, passamos à análise dos resultados através dos resíduos em distância zenital (O-C). Esses resíduos são calculados para cada bordo observado do sol, superior (S) e inferior(I), e então, para termos o resíduo correspondente a uma passagem, fazemos a semi-soma dos dois bordos, como podemos ver abaixo:

$$(O - C) = \frac{(z_o - z_c)_{(S,I)} + (z_o - z_c)_{(I,S)}}{2}$$

Os (O-C) são devidos a erros na teoria empregada, erros nas efemérides do sol e possíveis erros na orientação do sistema de referência. A equação de condição adotada é aquela que ajusta a esses resíduos as correções aos elementos orbitais da Terra e as relacionadas ao equador e equinócio. Ela tem a seguinte forma:

$$(O - C) = f(\Delta A, \Delta E) + g(\Delta \epsilon, \Delta L, \Delta e, \Delta \varpi) + \sum \Delta z$$

onde :

$\Delta z \rightarrow$ correção ao raio de observação.

Escrevemos a função que corresponde as correções ao sistema de referência da seguinte maneira :

$$f(\Delta A, \Delta E) = \cos Z \Delta A + \cos \phi \sin Z \Delta E$$

onde :

$Z \rightarrow$ Azimute da observação

$\phi \rightarrow$ latitude do lugar

$\Delta A \rightarrow$ correção ao equador

$\Delta E \rightarrow$ correção ao equinócio

Quanto aos elementos orbitais a função que os define pode ser escrita de acordo com :

$$\begin{aligned} g(\Delta\varepsilon, \Delta L, \Delta e, \Delta\varpi) &= (\cos S \sin \alpha + \cos \phi \sin Z \cos \alpha \tan \delta) \Delta\varepsilon \\ &+ (\cos S \sin \varepsilon \cos \alpha - \cos \phi \sin Z \cos \varepsilon \sec^2 \delta) (1 - e^2)^{-\frac{3}{2}} (1 + e \cos v)^2 \Delta L \\ &+ (\cos S \sin \varepsilon \cos \alpha - \cos \phi \sin Z \cos \varepsilon \sec^2 \delta) (1 - (1 - e^2)^{-\frac{3}{2}} (1 + e \cos v)^2) \Delta\varpi \\ &+ (\cos S \sin \varepsilon \cos \alpha - \cos \phi \sin Z \cos \varepsilon \sec^2 \delta) (1 - e^2)^{-1} (2 + e \cos v) \sin v \Delta e \end{aligned}$$

Onde :

$S \rightarrow$ ângulo paralático

$v \rightarrow$ anomalia verdadeira

$e \rightarrow$ excentricidade da órbita do Sol

$\Delta\varepsilon \rightarrow$ correção à obliquidade da eclíptica

$\Delta L \rightarrow$ correção à Longitude média do Sol

$\Delta e \rightarrow$ correção à excentricidade

$\Delta\varpi \rightarrow$ correção à longitude do periélio

Trabalhos anteriores (Penna 1982; Leister 1986) incluíram no modelo correções pessoais à distância zenital. Elas foram deixadas de lado pelas razões seguintes:

1. Não há justificativa teórica ou prática para explicar possíveis correções deste tipo. As observações dos dois bordos introduzem uma simetria que anula eventuais erros sistemáticos tanto na apreciação do contato das imagens quando da observação de um único bordo.

2. A multiplicação de incógnitas instabiliza o sistema de mínimos quadrados. É sempre uma medida de cautela a limitação do modelo ao número mínimo de parâmetros livres.

III.2 - A ANÁLISE

A análise dos resíduos em distância zenital nas observações do Sol com astrolábio permite a determinação da posição do equinócio. Kovalevsky (Kovalevsky 1990) estima que a precisão desta determinação é superior àquela obtida através de observações meridianas. Elementos da órbita terrestre e a variação do raio solar também podem ser determinados.

Ao contrário do que acontece quando da observação de grupos de estrelas, na observação do Sol a correção à latitude (ou à declinação solar) não pode ser facilmente separada da correção à distância zenital de observação. No entanto através da observação em variadas distâncias zenitais (permanecendo constante a latitude e a declinação solar) estas duas correções passam a ser distinguidas. As determinações da declinação e da ascensão reta do Sol tornam-se assim, em princípio, absolutas.

A análise de um conjunto de observações do Sol com astrolábio em diferentes distâncias zenitais é, portanto, capaz de fornecer uma importante contribuição para a ligação entre os sistemas de referência dinâmico e fundamental (estelar).

A interpretação dos resultados das observações do Sol com astrolábio é menos direta do que no caso das observações noturnas. Além de correções aos valores nominais dos elementos procurados (isto é, as incógnitas na análise dos resíduos), dois outros elementos atuam sobre os resultados.

Por um lado, as dissemelhanças entre os referenciais dinâmico e fundamental estão presentes. As observações do Sol naturalmente se reportam ao referencial dinâmico. No entanto, uma série de grandezas utilizadas na redução e análise daquelas

observações derivam de observações estelares, referidas ao sistema referencial fundamental.

Existe ainda um segundo fator, de natureza completamente diferente, que atua sobre os resultados. Este decorre do fato de que, em diferentes latitudes e para diferentes alturas de observação, a porção da órbita aparente do Sol que é acompanhada difere em extensão e posição. A influência deste segundo fator é preponderante em relação ao primeiro.

A metodologia aplicada na análise das observações do Sol foi a de optar pelo tratamento em que se leva em conta a altura e o local em que foi efetuada a observação. Dividimos assim o conjunto total de dados em vários subgrupos. Esses subgrupos inicialmente foram formados a partir das campanhas anuais do Sol em cada estação, nas diferentes distâncias zenitais. Aplicamos a equação de condição aos resíduos brutos dos subgrupos o que nos permitiu uma depuração inicial dos dados observacionais. Com essa primeira análise dos dados, foi possível averiguar se havia algum resultado discrepante campanha a campanha. Este procedimento nos possibilitou um controle mais rigoroso da qualidade das observações.

Por outro lado, as características de cada altura de observação foram mais claramente identificadas. Principalmente para os subgrupos formados pelas observações do OCA, de onde vem a maior parte dos dados observacionais, este tipo de análise nos ajudou para uma melhor uniformização do conjunto total das observações.

Aplicamos a equação de condição (ítem 3.1.) aos resíduos referentes a cada passagem do centro do Sol. O número de equações de condições depende do número de passagens do centro do Sol observadas nas diferentes distâncias zenitais. Esse ajuste é levado a efeito através do método dos mínimos quadrados.

III.3 - RESULTADOS POR ALTURA OBSERVADA

A primeira etapa da análise foi resolver o sistema de incógnitas para cada campanha nas diferentes alturas. Esses resultados nos forneceram uma visão dos dados isoladamente por campanha, o que nos ajudou na depuração das observações, uma vez que estes valores não são conclusivos e sim preliminares.

Como passo seguinte, obtivemos resultados da análise conjunta de todas as observações por altura e latitude. No caso dos dados de Calern/OCA o grande número de observações nas diferentes distâncias zenitais já nos mostra o comprometimento de algumas incógnitas com o ângulo de observação, a fração da órbita do Sol e a latitude.

Além disso, devemos ter cuidado na comparação imediata dos resultados das campanhas dos três Observatórios, tendo em vista que a época, o lugar da observação, os ângulos de observação e os observadores são distintos para cada caso.

Seguem abaixo os valores destas correções e as respectivas dispersões nas análises preliminares dos dados dos três centros. Denominamos de σ_G o desvio-padrão de uma observação isolada. Este por sinal é melhor quando das passagens nas distâncias zenitais inferiores a 60° e piores quando da observação acima de 60° . Na determinação das incógnitas observa-se grande variação, dependendo da distância zenital, devido a presença de correlações que dificultam a separação de certos parâmetros. Mas todas estas questões serão amplamente estudada mais a frente. Nas tabelas III.1, III.2, III.3 são apresentados estes resultados.

TABELA III.1

ANÁLISE POR DISTÂNCIA ZENITAL CALERN/OCA						
	$z=30^\circ$ (")	$z=34^\circ$ (")	$z=37^\circ$ (")	$z=41^\circ$ (")	$z=45^\circ$ (")	$z=49^\circ$ (")
ΔA	-0.87 ± 0.87	-1.16 ± 1.13	-1.12 ± 0.72	-1.10 ± 0.58	0.47 ± 0.58	-1.26 ± 0.64
ΔE	-0.06 ± 0.44	0.27 ± 0.35	-0.54 ± 0.22	0.38 ± 0.18	-0.25 ± 0.22	2.37 ± 0.22
Δe	3.93 ± 2.58	11.27 ± 5.18	3.14 ± 2.04	0.29 ± 1.21	-0.71 ± 0.86	0.10 ± 0.85
ΔL	1.13 ± 0.92	0.18 ± 0.87	0.22 ± 0.45	1.17 ± 0.28	0.09 ± 0.24	2.42 ± 0.24
Δe	0.53 ± 0.47	2.18 ± 0.99	0.43 ± 0.35	-0.09 ± 0.19	-0.09 ± 0.12	-0.07 ± 0.12
$e\Delta\omega$	-0.80 ± 0.44	-0.50 ± 0.42	-0.43 ± 0.24	-0.35 ± 0.14	-0.11 ± 0.11	-0.22 ± 0.12
ΔR	-4.10 ± 2.40	-8.75 ± 4.10	-3.11 ± 1.62	-0.47 ± 0.93	-0.86 ± 0.10	-0.11 ± 0.62
σ_G	0.61	0.38	0.48	0.50	0.97	0.76
N	288	99	241	275	681	331

TABELA III.2

ANÁLISE POR DISTÂNCIA ZENITAL CALERN/OCA					
	$z=52^\circ$ (")	$z=56^\circ$ (")	$z=60^\circ$ (")	$z=65^\circ$ (")	$z=70^\circ$ (")
ΔA	-1.21 ± 0.41	-0.82 ± 0.46	-1.02 ± 0.39	-2.21 ± 0.82	-0.74 ± 0.90
ΔE	-0.58 ± 0.14	-0.28 ± 0.16	-0.98 ± 0.14	-1.52 ± 0.28	-2.14 ± 0.30
Δe	1.35 ± 0.47	1.03 ± 0.47	1.41 ± 0.36	2.53 ± 0.65	1.20 ± 0.63
ΔL	-0.20 ± 0.14	-0.30 ± 0.15	-1.27 ± 0.13	-1.87 ± 0.25	-2.84 ± 0.29
Δe	0.10 ± 0.06	0.09 ± 0.05	0.20 ± 0.04	0.20 ± 0.07	0.02 ± 0.08
$e\Delta\omega$	-0.32 ± 0.07	-0.17 ± 0.07	-0.17 ± 0.05	-0.39 ± 0.10	0.56 ± 0.09
ΔR	-1.03 ± 0.32	-0.97 ± 0.30	-0.98 ± 0.21	-1.53 ± 0.35	-2.10 ± 0.30
σ_G	0.66	0.72	0.90	1.08	1.46
N	522	437	909	307	567

TABELA III.3

ANÁLISE DAS CAMPANHAS ON e OAM			
	ON	OAM/VAL.	
	$z=30^\circ$ (")	$z=30^\circ$ (")	$z=45^\circ$ (")
ΔA	-0.22 ± 0.19	-0.18 ± 0.16	0.25 ± 0.28
ΔE	1.09 ± 0.31	0.76 ± 0.20	1.19 ± 0.28
$\Delta \epsilon$	-0.20 ± 0.53	0.05 ± 0.39	0.52 ± 0.29
ΔL	1.12 ± 0.37	0.53 ± 0.20	0.39 ± 0.29
Δe	0.02 ± 0.07	0.18 ± 0.05	0.15 ± 0.05
$e\Delta \varpi$	-0.27 ± 0.10	0.20 ± 0.09	0.21 ± 0.10
ΔR	0.01 ± 0.14	-1.48 ± 0.14	-1.22 ± 0.10
ΔP_{30}		-0.42 ± 0.13	
$\Delta R/F_1$	1.07 ± 0.15	0.33 ± 0.12	
$\Delta R/F_2$	0.49 ± 0.21		
$-\Delta E + \Delta L$	0.03 ± 0.12	-0.23 ± 0.06	-0.80 ± 0.09
σ_G	1.02	1.06	0.99
N	350	632	446

Na Tabela III.3 $\Delta R/F_1$ e $\Delta R/F_2$ dizem respeito respectivamente as correções referentes aos filtro 1 e 2 utilizados.

Essas Tabelas III.1 a III.3 exigem alguns comentários. Primeiramente observa-se nos resultados do OCA uma nítida dependência da qualidade, medida por σ_G e a distância zenital (Figura III.1). Essa dependência é sensivelmente proporcional a $\sec z$,

como pode ser apreciado pela curva, dada pela função $0''.44 \sec z$. Na solução conjunta, que será vista mais adiante, adotou-se um conjunto de pesos para levar em conta este efeito.

Os dados do ON e do OAM têm desvio-padrão maior. Em parte isto pode ser justificado pela diversidade nas equipes de observadores, contrastando com o fato de que no OCA tem praticamente um único observador com muita experiência.

Outro ponto importante que resulta do exame das tabelas III.1 a III.3 é a grande variação em várias incógnitas, bem como os seus elevados desvios-padrão. Por exemplo, a correção ao equinócio oscila entre -2.14 e 2.37 , com desvios-padrão que ultrapassam $0.4''$. Este fato aponta para a dificuldade de se obter soluções aceitáveis a partir de dados de estações isoladas.

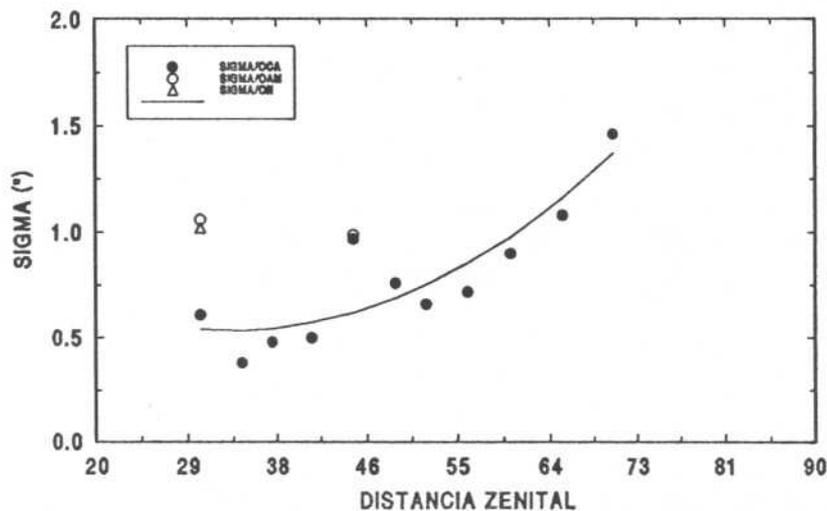


FIGURA III.1 - Desvio-padrão em (") por distância zenital observada.

Ainda dentro deste enfoque, calculamos a qualidade da determinação para cada uma das incógnitas das soluções por altura. A partir da matriz de covariância calculamos a_{ii} que é o i -ésimo elemento da diagonal da matriz de covariância, dado por $\sqrt{a_{ii}} = \frac{\sigma_{\Delta}}{\sigma_G}$, onde σ é o desvio-padrão referente à incógnita e σ_G é o desvio-padrão de cada solução por altura.

Os resultados foram colocados em gráficos para cada incógnita nas várias distâncias zenitais. Eles podem ser vistos nas Figuras III.2 a III.7 .

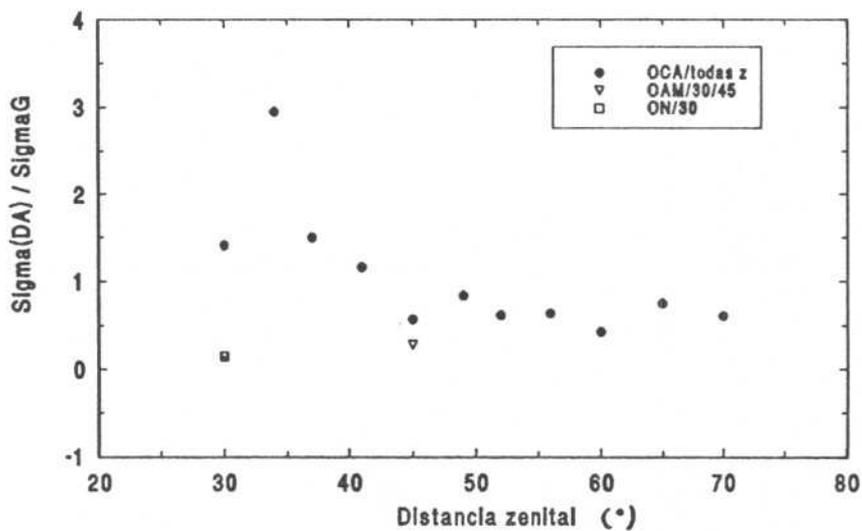


FIGURA III.2 - Relação entre o desvio-padrão de ΔA e o desvio-padrão Geral nas soluções para as diferentes distâncias zenitais do OCA, OAM e ON.

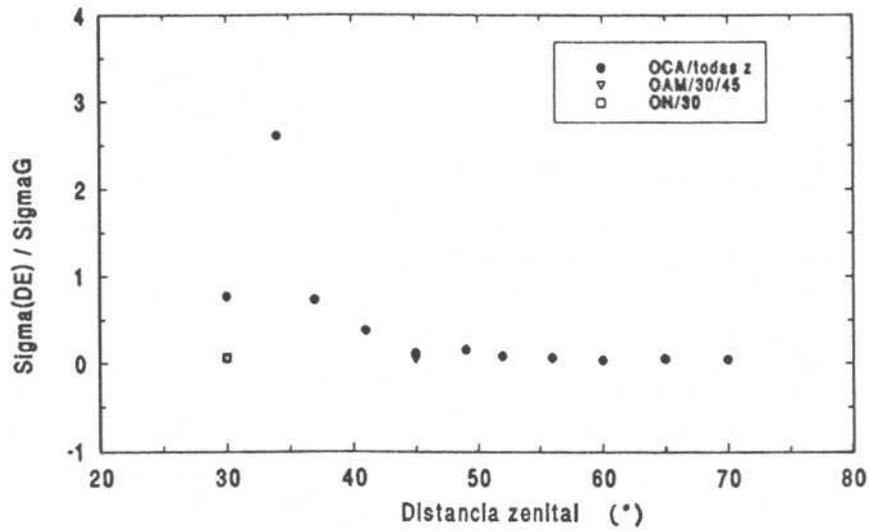


FIGURA III.3 - Relação entre o desvio-padrão de ΔE e o desvio-padrão Geral nas soluções para as diferentes distâncias zenitais do OCA, OAM e ON.

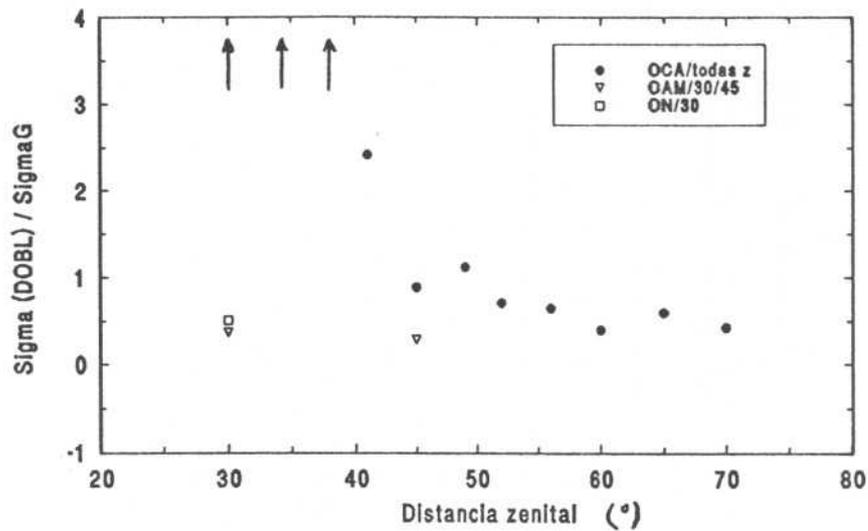


FIGURA III.4 - Relação entre o desvio-padrão de $\Delta \epsilon$ e o desvio-padrão Geral nas soluções para as diferentes distâncias zenitais do OCA, OAM e ON.

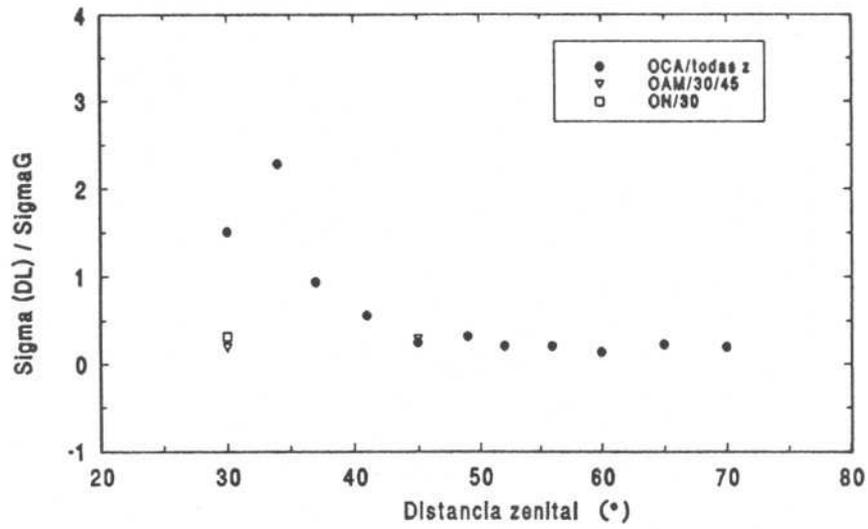


FIGURA III.5 - Relação entre o desvio-padrão de ΔL e o desvio-padrão Geral nas soluções para as diferentes distâncias zenitais do OCA, OAM e ON.

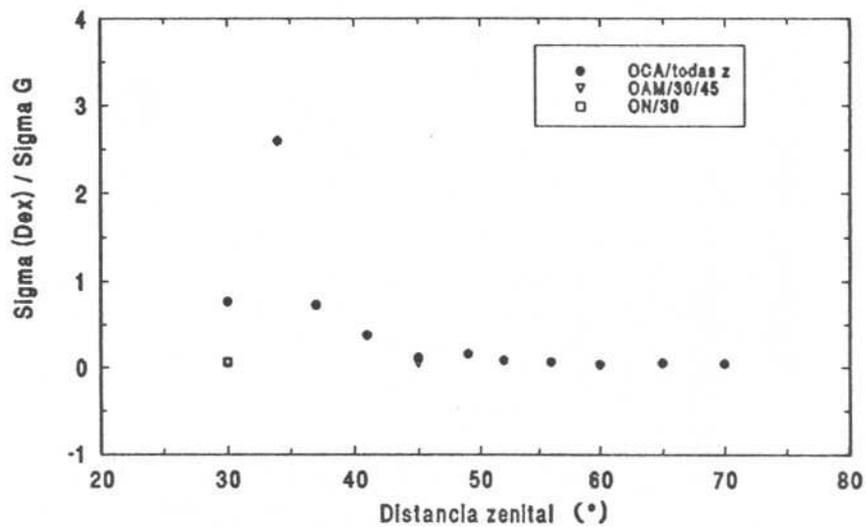


FIGURA III.6 - Relação entre o desvio-padrão de Δe e o desvio-padrão Geral nas soluções para as diferentes distâncias zenitais do OCA, OAM e ON.

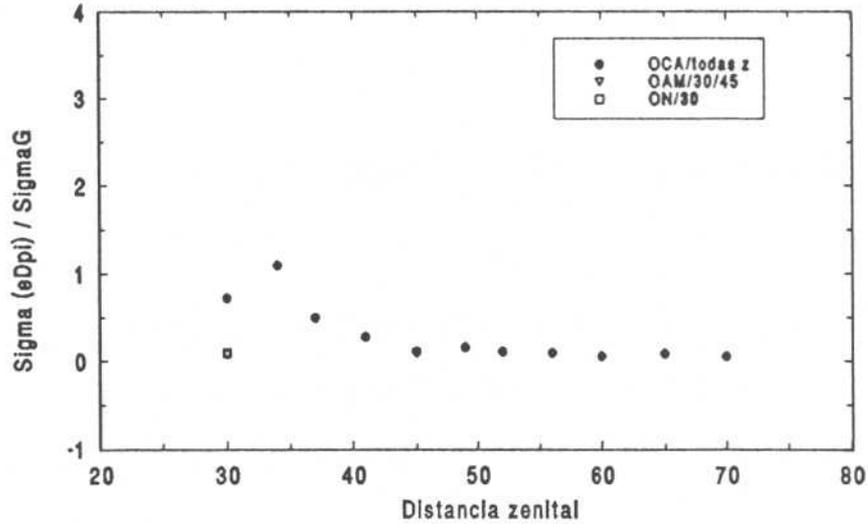


FIGURA III.7 - Relação entre o desvio-padrão de $e\Delta\omega$ e o desvio-padrão Geral nas soluções para as diferentes distâncias zenitais do OCA, OAM e ON.

Dos gráficos precedentes fica visível o efeito da altura de observação e da parte observada da órbita.

Fica nítida a dificuldade em $z=34^\circ$ para a determinação das incógnitas ΔA e $\Delta \epsilon$. Isso se deve ao fato de nessa altura se ter apenas o pequeno número de 99 observações. O mesmo se aplica às distâncias zenitais de 30° e 37° , sendo que estas têm um número maior de observações ao longo das campanhas.

Para melhor apreciarmos estas dificuldades na determinação das incógnitas, procedemos a uma simulação de Monte Carlo (Press et al. 1986) em diferentes circunstâncias de distância zenital, localização geográfica e outras.

III.4 - SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO

Utilizamos a formulação de Monte Carlo para simularmos diferentes maneiras de observações do Sol em latitudes e alturas variadas. Através deste método geramos números aleatórios segundo uma distribuição Gaussiana truncada no intervalo de -1 a +1 .

Inicialmente fizemos parecer termos observado, na sua totalidade, várias campanhas do Sol nas mesmas alturas e latitudes que aquelas observadas no Observatório de Calern/OCA. Fizemos o mesmo com relação aos Observatórios Nacional e Abraão de Moraes nas distâncias zenitais lá observadas. Adicionamos mais uma situação de observação para o caso de um astrolábio próximo ao Equador na latitude de +5° e distância zenital de observação de 30°. Uma mostra da simulação é dada nas Tabela III.4, III.5, III.6 .

a) observações diárias

Na Tabela III.4 mostra-se o resultado da simulação supondo que todas as passagens do Sol foram observadas ao longo de um ano.

Percebe-se, a partir dos desvios-padrão, que, à medida que a fração da órbita observada aumenta, quer pela aproximação da estação ao equador, ou pelo aumento da distância zenital, a determinação das incógnitas melhoram. Em particular pode-se afirmar que a estação de baixa latitude a uma distância zenital maior que 30° apresenta condições ótimas de observação quando se considera uma estação isolada.

Em particular observa-se que a estação de maior latitude as incógnitas ΔA , $\Delta \epsilon$ são sempre mal determinadas.

TABELA III.4

SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO PARA TODOS DIAS OBS.						
	$\phi = -23^\circ$		$\phi = +5^\circ$	$\phi = +44^\circ$		
	$z=30^\circ$ (")	$z=45^\circ$ (")	$z=30^\circ$ (")	$z=30^\circ$ (")	$z=45^\circ$ (")	$z=70^\circ$ (")
ΔA	-0.09 ± 0.10	0.09 ± 0.10	0.00 ± 0.03	1.55 ± 2.57	-0.47 ± 0.84	0.47 ± 0.64
ΔE	0.06 ± 0.14	-0.12 ± 0.08	-0.08 ± 0.18	-0.53 ± 0.21	0.18 ± 0.09	0.08 ± 0.13
$\Delta \epsilon$	0.04 ± 0.18	-0.01 ± 0.11	-0.02 ± 0.06	-3.90 ± 6.16	-0.63 ± 1.06	0.28 ± 0.48
ΔL	-0.06 ± 0.14	-0.11 ± 0.08	-0.09 ± 0.20	0.36 ± 0.53	0.12 ± 0.09	0.07 ± 0.15
Δe	0.04 ± 0.03	0.00 ± 0.02	0.00 ± 0.02	-0.10 ± 0.12	0.01 ± 0.03	0.03 ± 0.04
$e\Delta\omega$	0.09 ± 0.06	-0.02 ± 0.03	0.00 ± 0.03	-0.50 ± 0.33	0.07 ± 0.06	0.04 ± 0.08
σ_G	0.54	0.55	0.54	0.57	0.56	0.54
N	454	672	730	220	384	730

b) observações sem frequência diária

Procuramos através de nova simulação ressaltar o diferente grau de influência de determinadas condições sobre os resultados. Foram feitos agora cálculos para o caso de somente ter sido observada a primeira metade da campanha e metade da fração da órbita do Sol, nas mesmas latitudes anteriores (Tabela III.5). Outro teste foi simularmos que uma determinada campanha tivesse sido feita, unicamente, observando-se as passagens do Sol de um mesmo lado, ou E ou W (Tabela III.6).

TABELA III.5

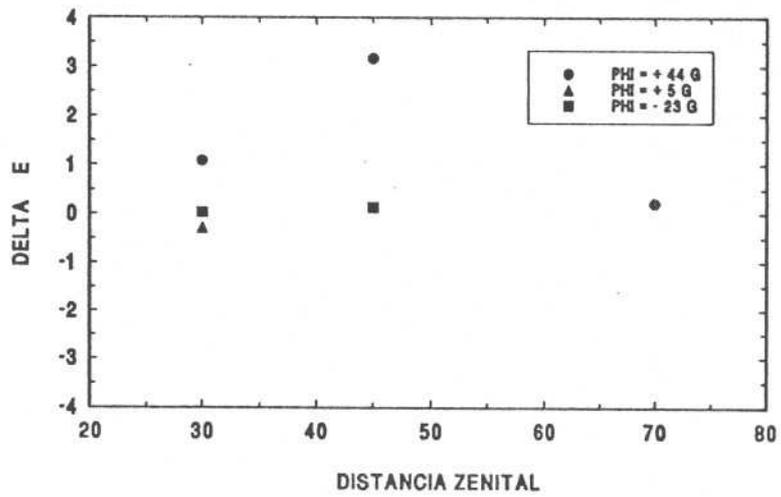
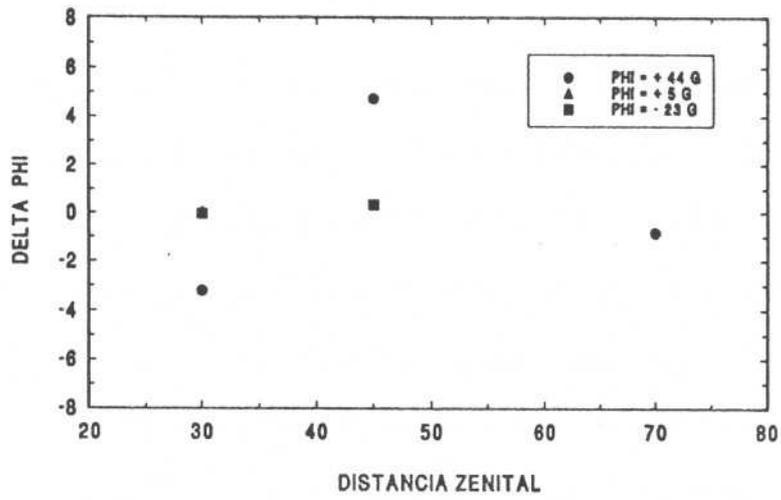
SIMULAÇÕES PARA O CASO DE OBS. DA PRIMEIRA METADE DA CAMPANHA						
	$\phi = -23^\circ$		$\phi = +5^\circ$	$\phi = +44^\circ$		
	$z=30^\circ$ (")	$z=45^\circ$ (")	$z=30^\circ$ (")	$z=30^\circ$ (")	$z=45^\circ$ (")	$z=70^\circ$ (")
ΔA	-0.03±0.19	0.35±0.35	0.05±0.09	-3.21±14.91	4.73±4.58	-0.82±1.20
ΔE	0.03±0.19	0.13±0.36	-0.29±0.45	1.09±6.33	3.17±2.79	0.22±0.50
$\Delta \varepsilon$	-0.01±0.41	0.35±0.32	-0.04±0.13	-5.97±24.80	-3.99±4.24	-0.61±0.88
ΔL	0.01±0.14	-0.25±0.50	-0.18±0.64	1.37±6.43	3.38±3.72	0.41±0.62
Δe	0.02±0.08	0.20±0.33	-0.07±0.15	-0.07±1.17	0.03±0.56	-0.09±0.17
$e\Delta\varpi$	0.01±0.07	0.23±0.24	0.05±0.08	-0.05±1.41	0.08±0.47	-0.06±0.10
σ_G	0.55	0.53	0.53	0.53	0.55	0.53
N	277	326	365	110	197	365

TABELA III.6

SIMULAÇÕES PARA OBS. DE UM ÚNICO LADO (E ou W)						
	$\phi = -23^\circ$		$\phi = +5^\circ$	$\phi = +44^\circ$		
	$z=30^\circ$ (")	$z=45^\circ$ (")	$z=30^\circ$ (")	$z=30^\circ$ (")	$z=45^\circ$ (")	$z=70^\circ$ (")
ΔA	-0.07±1.37	-1.21±0.77	0.04±0.13	-5.35±23.86	4.76±7.70	0.51±2.55
ΔE	-0.94±1.58	-4.30±2.06	-0.36±1.91	1.48±2.80	-1.29±2.88	-0.53±2.66
$\Delta \varepsilon$	-1.02±1.29	-3.32±1.73	-0.26±1.40	-2.32±31.56	-5.73±8.35	0.52±2.63
ΔL	-0.10±0.29	0.23±0.46	0.05±0.38	2.18±7.78	0.13±0.79	-0.02±0.58
Δe	-0.12±0.17	-0.10±0.07	-0.02±0.07	-0.03±0.39	-0.05±0.31	0.07±0.11
$e\Delta\varpi$	-0.01±0.52	-0.42±0.26	-0.03±0.20	-2.02±8.01	-0.47±1.63	0.02±0.15
σ_G	0.54	0.54	0.54	0.55	0.54	0.53
N	277	326	365	110	197	365

Considerando-se os desvios-padrão verifica-se que as dessimetrias introduzidas têm efeitos desastrosos sobre os resultados, particularmente no segundo caso quando se observa somente as passagens do Sol a Leste (ou Oeste).

O acréscimo na dispersão pode ainda ser visualizado nos resultados obtidos para as incógnitas nesta amostra, como por exemplo ΔA e ΔE , no caso de observação na primeira metade campanha, o que é mostrado nas Figuras III.8 e III.9 . Estas situações nos mostram o grau de comprometimento de observações de campanhas incompletas. Como vemos, é crítico de fato de se observar, quando o extremo acontece, somente de um lado do meridiano. Fica difícil determinar qualquer parâmetro da órbita deste modo. Enquanto que para a outra forma de teste a observação de metade da fração da órbita dependendo do ângulo de observação, pode-se determinar sem grandes erros alguns destes elementos orbitais.



FIGURAS III.8 e III.9 - Resultados em (") para ΔA e ΔE , simulando observações de somente a primeira metade da campanha do sol. Em $\phi = +5^\circ$ ($z=30^\circ$); $\phi = -23^\circ$ ($z=30^\circ$ e 45°); $\phi = +44^\circ$ ($z=30^\circ$, 45° e 70°)

Capítulo IV - Resultados

IV.1 - RESULTADO DA ANÁLISE DOS CONJUNTOS ON / OAM E OCA

Tendo em vista as dificuldades de cada centro individualmente na determinação dos parâmetros orbitais, ΔA e $\Delta \epsilon$ para o OCA e ΔE e ΔL para o OAM/ON, passamos a segunda fase do nosso trabalho que é a análise global das observações.

Primeiramente combinamos todo o material observacional de Valinhos e ON em uma única solução, já que estes dois centros encontram-se aproximadamente na mesma latitude e diferem pouco em longitude. Com relação ao OCA decidimos também combinar todas as observações das campanhas do Sol, nas diferentes alturas feitas neste Observatório, para obtermos também um único resultado.

Como vimos anteriormente, a forma usual de resolução do sistema de N equações de condição é a dos mínimos quadrados, sendo N o número total de passagens do centro do sol envolvidas na solução. No nosso caso temos seis incógnitas referentes aos parâmetros orbitais e mais tantas incógnitas referente ao Raio de observação quantas forem as diferentes circunstâncias instrumentais prevalecentes ao longo do tempo (mudanças de altura de observação, mudanças de prismas, mudanças de filtro). Na Tabela IV.1 apresentamos os resultados destas duas soluções.

É visível a melhora dos desvios-padrão das incógnitas, principalmente para o grupo de observação do OCA. Há entretanto elementos preocupantes nestes resultados.

As correções ΔE e ΔL no caso dos observatórios brasileiros e as correções ΔA e $\Delta \epsilon$ no caso do OCA são de valor absolutamente grande e inaceitáveis.

Conforme já havíamos constatado, existe uma forte correlação entre incógnitas, que depende do ângulo de observação e a latitude do sítio de observação. Para examinar esta questão mostramos nas Tabelas IV.2 e IV.3 as matrizes de correlação destas duas soluções.

TABELA IV.1

ANÁLISE ON / OAM/VAL E OCA		
	ON/VAL (")	OCA (")
ΔA	-0.05 ± 0.11	-1.05 ± 0.13
ΔE	1.22 ± 0.15	-0.37 ± 0.06
$\Delta \epsilon$	0.24 ± 0.18	1.57 ± 0.12
ΔL	0.88 ± 0.14	-0.60 ± 0.06
Δe	0.07 ± 0.03	0.21 ± 0.02
$e\Delta\omega$	-0.11 ± 0.04	-0.00 ± 0.02
$-\Delta E + \Delta L$	-0.34 ± 0.06	-0.23 ± 0.03
σ_G	1.08	0.81
N	1429	4561

Na Tabela IV.2 relativa a solução conjunta ON/OAM, F1 e F2 são correções ao raio devido aos filtros 1 e 2, ΔR é a correção ao raio de observação para o ON, P30/1

correção ao raio de observação do OAM com o primeiro prisma de refração na distância zenital de 30°; F é o efeito do filtro utilizado nas observações por refração no OAM no período de 1974 a 1982; P30/2 é a correção ao raio de observação quando da utilização do prisma a reflexão para as observações no OAM na distância zenital de 30°, e por fim, P45 é a correção ao raio de observação para o prisma de 45° no OAM.

Salta aos olhos a correlação de 0.93 existente entre as incógnitas ΔE e ΔL . Certamente este valor alto está na origem dos valores encontrados destas incógnitas na solução indicada na Tabela IV.1 . A separação entre as incógnitas só podem ser feita com baixa precisão.

Na Tabela IV.3, além das correções aos elementos orbitais, temos as correções ao raio de observação segundo os prismas de reflexão utilizados em Calern/OCA.

Vários coeficientes de correlação são importantes sobretudo os que se referem às diferentes correções às distâncias zenitais. Mais importante ainda é o valor -0.93 para a correlação ΔA e $\Delta \epsilon$. Estes valores altos indicam uma dificuldade intrínseca na obtenção das declinações. É de se notar ainda importante correlação, com o valor 0.86, entre as incógnitas ΔE , ΔL . Aqui também os valores separados das incógnitas é de baixa precisão por causa das correlações existentes.

TABELA IV.2

CORRELAÇÕES ON/OAM													
	ΔA	ΔE	$\Delta \epsilon$	ΔL	Δe	$\Delta \varpi$	F1	F2	F3	P30/1	F	P30/2	P45
ΔA	1												
ΔE	-0.01	1											
$\Delta \epsilon$	0.64	0.09	1										
ΔL	-0.01	0.93	0.10	1									
Δe	-0.08	-0.24	-0.35	-0.12	1								
$e\Delta \varpi$	0.10	-0.10	0.07	0.16	0.24	1							
F1	-0.41	-0.01	-0.38	-0.01	0.14	-0.04	1						
F2	-0.29	-0.13	-0.31	-0.14	0.14	-0.04	0.15	1					
F3	-0.55	0.09	-0.49	0.09	0.18	-0.04	0.26	0.18	1				
P30/1	-0.69	-0.06	-0.60	-0.05	0.25	-0.11	0.32	0.25	0.42	1			
F	-0.62	-0.12	-0.54	-0.11	0.21	-0.09	0.29	0.23	0.37	0.49	1		
P30/2	-0.09	0.10	-0.02	0.11	0.00	0.02	0.03	0.01	0.06	0.05	-0.19	1	
P45	-0.54	-0.15	-0.20	-0.14	0.08	-0.11	0.20	0.16	0.25	0.37	0.34	0.04	1

TABELA IV.3

CORRELAÇÕES OBS. CALERN/OCA																	
	ΔA	ΔE	$\Delta \epsilon$	ΔL	Δe	$\Delta \varpi$	P30	P34	P37	P41	P45	P49	P52	P56	P60	P65	P70
ΔA	1																
ΔE	0.10	1															
$\Delta \epsilon$	-0.93	-0.08	1														
ΔL	-0.07	0.86	-0.04	1													
Δe	-0.28	0.20	0.39	0.11	1												
$e\Delta \varpi$	0.22	0.21	-0.20	0.06	0.18	1											
P30	0.93	0.08	-0.93	0.05	-0.33	0.20	1										
P34	0.85	0.08	-0.86	0.04	-0.31	0.18	0.82	1									
P37	0.91	0.09	-0.92	0.06	-0.33	0.21	0.88	0.81	1								
P41	0.90	0.08	-0.91	0.05	-0.33	0.21	0.87	0.80	0.86	1							
P45	0.94	0.07	-0.94	0.04	-0.35	0.21	0.90	0.83	0.89	0.88	1						
P49	0.88	0.07	0.89	0.04	0.34	0.21	0.85	0.79	0.84	0.84	0.87	1					
P52	0.91	0.04	-0.91	-0.05	-0.35	0.21	0.87	0.80	0.86	0.86	0.89	0.84	1				
P56	0.88	0.05	-0.88	0.04	-0.35	0.20	0.84	0.67	0.83	0.82	0.86	0.81	0.83	1			
P60	0.92	0.05	-0.91	0.03	0.36	0.21	0.87	0.80	0.86	0.86	0.89	0.84	0.86	0.83	1		
P65	0.75	0.05	-0.71	-0.00	-0.30	0.18	0.70	0.65	0.69	0.69	0.71	0.67	0.69	0.67	0.70	1	
P70	0.70	0.04	-0.58	0.03	-0.21	0.17	0.61	0.56	0.60	0.60	0.62	0.59	0.61	0.59	0.62	0.53	1

IV.2 - A ANÁLISE GLOBAL

Depois de mostrarmos as dificuldades inerentes ao tratamento isolado por campanha ou mesmo por estação passamos a examinar uma solução conjunta de todos os dados.

Com a análise global tentamos melhorar a determinação dos elementos da órbita do Sol e as correções ao equador e ao equinócio. Conforme já foi visto, dependendo da latitude de observação, podemos calcular melhor um ou outro parâmetro orbital. Podemos melhorar as correlações analisando o conjunto das observações dos três Observatórios. Inicialmente fizemos como solução global aquela que utiliza todas as observações do sol, abrangendo assim todas as distâncias zenitais de observação.

Foi adotado um limite 3" para rejeição de resultados espúrios. Esse limite é superior a 3σ e resultou na eliminação de um pouco menos de 3% dos dados originais.

TABELA IV.4

ANÁLISE GLOBAL OAM / ON / OCA	
	(")
ΔA	0.08 ± 0.05
ΔE	-0.15 ± 0.06
$\Delta \epsilon$	0.50 ± 0.05
ΔL	-0.32 ± 0.06
Δe	0.14 ± 0.01
$e\Delta\omega$	-0.02 ± 0.01
σ_G	0.92
N	6042

O resultado desta primeira análise global nos mostra uma boa determinação das incógnitas, a julgar pelos pequenos valores dos desvios-padrão.

Contrariamente ao que se passou nas soluções anteriores, as incógnitas resultam todas pequenas ou moderadas.

As correções ao equador e equinócio são significativamente vizinhas de zero, indicando que o sistema de referência do FK5 não necessita de correções importantes nas origens de suas coordenadas.

A longitude média do Sol e a excentricidade têm correções moderadas e o periélio apresenta correção muito pequena.

Apenas a correção à obliquidade sugere alguma inquietação devida ao seu valor relativamente elevado. Como veremos adiante, este resultado é intrínscico ao conjunto de dados aqui tratado e independe de refinamentos ou hipóteses adicionais.

O desvio-padrão geral representa uma média dos valores das campanhas individuais.

A conjugação das observações em uma solução única permitiu reduzir notavelmente as correlações entre as incógnitas, conforme se pode ver na Tabela IV.5, que dá a lista dos valores mais altos encontrados. A única exceção é a correlação de 0.94 entre ΔE e ΔL , para as quais a separação permanece difícil.

TABELA IV.5

PRINCIPAIS CORRELAÇÕES OCA/OAM/ON	
$\Delta A / \Delta \epsilon$	-0.54
$\Delta E / \Delta L$	0.94
$\Delta \epsilon / P30/OCA$	-0.67
$\Delta \epsilon / P37/OCA$	-0.58
$\Delta \epsilon / P41/OCA$	-0.55
$\Delta \epsilon / P45/OCA$	-0.66
$\Delta \epsilon / P49/OCA$	-0.51
$\Delta \epsilon / P52/OCA$	-0.53
$\Delta A / P30/OCA$	0.65
$\Delta A / P37/OCA$	0.53
$\Delta A / P41/OCA$	0.51
$\Delta A / P45/OCA$	0.64
$\Delta A / P52/OCA$	0.53
$\Delta A / P60/OCA$	0.56

Considerando-se o rápido aumento da agitação das imagens ao se aproximar do horizonte, decidimos formular uma outra solução, excluindo os grupos de observações a 65° e 70°, cujos desvios-padrão gerais são os maiores.

Esta análise, que implica em uma perda de quase 1000 observações, é vista como uma solução drástica mas válida para que possamos verificar a contribuição destas duas alturas nos resultados de todo conjunto de observações. Neste tipo de solução o número de observações incluídas no cálculo foi de 5148.

Esta solução (Tabela IV.6) apresenta uma melhora muito grande nos resultados até agora obtidos.

Com exceção da correção à obliquidade as incógnitas apresentam valores baixos, em geral pouco significativos, diante de seus respectivos desvios-padrão. O caso de $\Delta\epsilon$ continua a figurar isoladamente pela sua magnitude, embora atenuado relativamente à solução anterior. Este fato sugere que as observações a maiores distâncias zenitais envolvem fatores sistemáticos adicionais desconhecidos.

O desvio-padrão geral, $0.86''$, representa um valor médio das campanhas remanescentes na solução.

TABELA IV.6

ANÁLISE GLOBAL ON/OAM/OCA -z=65/70	
	(")
ΔA	-0.02 ± 0.05
ΔE	0.10 ± 0.06
$\Delta \epsilon$	0.34 ± 0.05
ΔL	-0.05 ± 0.06
Δe	0.11 ± 0.01
$e\Delta\varpi$	-0.02 ± 0.01
σ_G	0.86
N	5148

Com respeito às correlações dentro desta solução houve apenas uma única mudança significativa, aquela relacionada às incógnitas ΔA e $\Delta \epsilon$ que passa a ser menor que $0.5''$. As demais correlações continuam praticamente da mesma forma que a solução global anterior. Na Tabela IV.7 apresentamos as correlações das incógnitas principais e, para o caso do OCA, as correlações mais importantes correspondentes a determinadas alturas de observação, ao equador e à obliquidade da eclíptica. Em particular, a correlação entre ΔE e ΔL permanece elevada, o que não tem muita consequência face à pequenez das duas incógnitas nesta solução.

TABELA IV.7

CORRELAÇÕES SOLUÇÃO GLOBAL (-z=65/70)													
	ΔA	ΔE	$\Delta \varepsilon$	ΔL	Δe	$\Delta \varpi$	P30	P37	P41	p45	P49	P52	P60
ΔA	1												
ΔE	0.04	1											
$\Delta \varepsilon$	-0.37	0.00	1										
ΔL	0.02	0.95	0.03	1									
Δe	0.19	0.06	0.11	0.06	1								
$e\Delta\varpi$	0.12	0.04	-0.06	-0.09	0.01	1							
P30	0.59	0.01	-0.65	-0.01	0.02	0.09	1						
P37	0.48	0.03	-0.57	0.01	-0.00	0.10	0.48	1					
P41	0.46	0.01	-0.56	0.01	-0.01	0.11	0.47	0.40	1				
P45	0.57	-0.01	-0.65	-0.02	-0.01	0.13	0.56	0.48	0.47	1			
P49	0.42	-0.01	-0.52	-0.01	-0.03	0.12	0.43	0.37	0.36	0.43	1		
P52	0.49	-0.00	-0.53	-0.01	-0.05	0.13	0.47	0.40	0.39	0.47	0.36	1	
P60	0.43	-0.02	-0.47	-0.02	-0.05	0.12	0.40	0.34	0.34	0.40	0.31	0.34	1

IV.3 - ANÁLISE DA ESTABILIDADE NUMÉRICA DA SOLUÇÃO

A preocupação causada pelo elevado valor da correlação entre ΔE e ΔL levantou a suspeita de que o sistema de equações estivesse pobremente condicionado.

Com o intuito de elucidar a questão, o programa de ajuste foi modificado de modo a incluir o cálculo dos valores singulares da matriz das equações de condição (Press et al 1986).

O maior e o menor valor singular desta solução foram, respectivamente, 93.02 e 5.21 . O número de condição, $93.02 / 5.21 = 17.9$, é perfeitamente satisfatório e exclui toda possibilidade de instabilidade numérica na solução.

Procuramos, além disso, investigar se o elevado valor encontrado para a obliquidade não poderia ser ocasionado por um erro sistemático na estimativa da refração.

Nos três centros a refração foi obtida a partir dos elementos climatológicos - temperatura, pressão e umidade - em dois instantes antes da passagem do primeiro bordo e após a passagem do segundo, procedendo-se à interpolação entre os dois momentos.

Ocorre que a influência da radiação solar direta afeta significativamente o segundo conjunto de medidas a ponto de sugerir que a medida inicial é mais representativa do valor real que o valor interpolado. Além disso, a diferença entre as duas estimativas é dependente da época do ano, o que pode dar margem a efeitos sazonais com possível repercussão sobre a determinação da obliquidade.

A Tabela IV.8 fornece a solução utilizando, em todos os casos, a refração inicial. As diferenças em relação a Tabela IV.4 são insignificantes e, portanto, o problema da obliquidade permanece.

Entretanto a motivação para o emprego da refração inicial em lugar da interpolada é bastante eloquente e pareceu-nos adequado mantê-la de forma definitiva. Mais adiante retomaremos à questão da refração de um ponto de vista diferente.

RESULTADOS ESTABILIZADOS OCA/OAM/ON	
	(")
ΔA	0.04 ± 0.05
ΔE	-0.18 ± 0.06
$\Delta \epsilon$	0.50 ± 0.05
ΔL	-0.37 ± 0.06
Δe	0.13 ± 0.01
$e\Delta\varpi$	-0.01 ± 0.01
σ_G	0.92
N	6047

TABELA IV.8 - Resultados usando Refração inicial.

IV.4 - PONDERAÇÃO

As diferentes soluções apresentadas até este ponto sofrem de uma deficiência importante: supôs-se em todas elas que a variância dos dados de observação era uniforme. Como foi visto no capítulo III.3, Figura III.1, o desvio-padrão das observações segue aproximadamente uma lei em $\sec z$. Decidiu-se então adotar um sistema de pesos dependente exclusivamente da distância zenital.

É muito raro efetuar-se uma ponderação sem uma dose importante de arbitrariedade. No presente caso, dispõe-se de uma evidência em favor de uma lei em $\sec z$, mas há pontos que se afastam dessa tendência e, em particular, as observações no ON e OAM têm desvios-padrão nitidamente superiores.

Por uma razão de simplicidade decidiu-se adotar pesos unicamente em função da distância zenital, reunindo os dados em três grupos de peso individualmente uniforme e em progressão geométrica de razão 1/2 (tabela IV.9). Ao grupo de menor distância zenital, $z < 45^\circ$, atribui-se peso máximo. Um grupo intermediário, $45^\circ \leq z < 56^\circ$, recebeu peso 0.5, correspondente a uma variância dupla em relação ao primeiro grupo. O terceiro grupo recebeu peso 0.25, correspondendo também uma variância do grupo anterior.

A Figura IV.2 reproduz a Figura IV.1 acrescentando a função degrau que origina os pesos adotados.

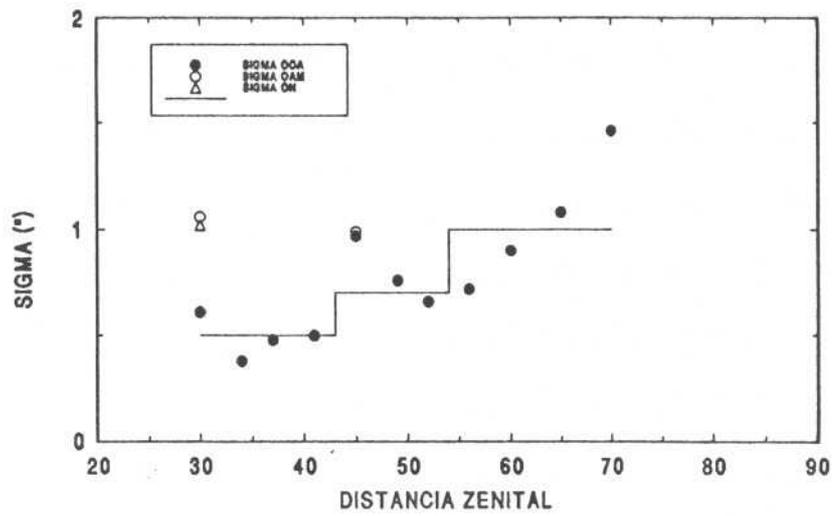


FIGURA IV.1 - Distribuição dos pesos adotados ao longo das distâncias zenitais.

TABELA IV.9

PESO PADRÃO	
z	$\sqrt{PES\tilde{O}}$
30°	1
34°	1
37°	1
41°	1
45°	0.7
49°	0.7
52°	0.7
56°	0.5
60°	0.5
65°	0.5
70°	0.5

Este sistema de pesos segue de perto os dados dos grupos do OCA. Os dados a 30° do ON e OAM são privilegiados. Isso se justifica pela importância desses dados para a definição das incógnitas ΔA e $\Delta \epsilon$.

Na realidade, como será visto mais adiante, o sistema de pesos afeta pouco o resultado e sua definição precisa não é crítica.

Na prática do cálculo, cada equação de condição foi multiplicada pela raiz quadrada do peso correspondente. O desvio-padrão resultante refere-se, pois, a uma observação de peso um.

Com a redução dos pesos de várias campanhas, e respectiva redução do desvio-padrão, foi necessário trazer o limite de rejeição de observação espúrias para o valor de 2", ainda superior a 3σ . A fração eliminada é inferior a 3%.

A solução obtida com esses critérios é considerada como o resultado final deste trabalho. Ela é apresentada na Tabela IV.10 e será referida como solução padrão.

TABELA IV.10 - SOLUÇÃO PONDERADA PADRÃO

OCA/OAM/ON	
	(")
ΔA	-0.01 ± 0.04
ΔE	0.09 ± 0.06
$\Delta \epsilon$	0.49 ± 0.05
ΔL	-0.03 ± 0.05
Δe	0.10 ± 0.01
$e\Delta\varpi$	0.01 ± 0.01
σ_G	0.63
N	6028

Comparando com a Tabela IV.8, em que o peso adotado é uniforme e igual a um, observa-se a redução no desvio-padrão geral de 0.92" para 0.63" . As incógnitas ΔA , ΔL e $e\Delta\varpi$ têm valores insignificantes. A correção ao equinócio ΔE tem um valor pequeno e marginalmente significativo relativamente ao seu desvio-padrão. A correção à excentricidade é pequena, porém muito significativa. Todas essas incógnitas resultaram em valores inferiores ao obtido na solução de peso uniforme.

A correção à obliquidade, por fim, manteve um valor alto, 0.49", e significativo. Acreditamos que este valor seja real. Naturalmente, não se pode excluir a hipótese da presença de efeitos sistemáticos adicionais e não considerados. Não se deve esquecer, entretanto, que o valor adotado pela IAU para este parâmetro resultou de observações meridianas de declinação, igualmente sujeitas a efeitos sistemáticos importantes.

A Tabela IV.11 dá o valor das correlações mútuas entre as incógnitas. Todos os valores são moderados ou pequenos com exceção da correlação entre ΔE e ΔL , igual a 0.96 . Esta deficiência é intrínseca ao problema e está ligada ao fato de que o ponto vernal é definido pela intersecção de dois planos com inclinação mútua pequena.

TABELA IV.11

PRINCIPAIS CORRELAÇÕES SOLUÇÃO PONDERADA													
	ΔA	ΔE	$\Delta \epsilon$	ΔL	Δe	$\Delta \varpi$	P30R	P30	P34	P37	P41	P45	P52
ΔA	1												
ΔE	0.04	1											
$\Delta \epsilon$	0.30	-0.02	1										
ΔL	0.03	0.96	0.00	1									
Δe	0.22	0.03	-0.01	0.03	1								
$e\Delta \varpi$	0.09	0.02	-0.02	-0.05	0.00	1							
P30R	0.54	0.03	-0.59	0.02	0.10	0.06	1						
P30	0.52	0.01	-0.59	0.00	0.08	0.05	0.49	1					
P34	0.41	0.02	-0.51	0.01	0.06	0.04	0.40	0.40	1				
P37	0.50	0.04	-0.62	0.04	0.07	0.08	0.50	0.49	0.41	1			
P41	0.49	0.03	-0.61	0.03	0.06	0.09	0.49	0.47	0.40	0.49	1		
P45	0.50	0.00	-0.58	0.00	0.05	0.09	0.47	0.46	0.39	0.48	0.47	1	
P52	0.42	0.01	-0.46	0.01	0.01	0.10	0.39	0.38	0.31	0.39	0.38	0.37	1

IV.5 - DISCUSSÃO DA SOLUÇÃO PADRÃO

Conforme vimos os resultados finais mostrados na Tabela IV.10 são bastante bons e significativos. Porém o valor relativamente alto encontrado para $\Delta\epsilon$ e a arbitrariedade ligada à escolha da ponderação levou-nos a examinar, em pormenor, o grau de confiança que se deve atribuir ao resultado da solução padrão.

Uma primeira questão à qual se procurou dar uma resposta é a seguinte: os resultados são dependentes da seleção das observações utilizadas?

Para responder a esta questão procedeu-se ao cálculo de soluções utilizando subconjuntos dos dados. Em uma primeira divisão separou-se os dados em dois conjuntos intercalados, observações pares e ímpares. As soluções correspondentes estão dadas na Tabela IV.12 .

Observa-se uma pequena diferença entre essas duas soluções mas as conclusões anteriormente obtidas permanecem inalteradas, ou seja, ΔE é marginalmente significativo, Δe é significativo, porém pequeno, $\Delta\epsilon$ é importante e as outras três incógnitas são praticamente nulas.

TABELA IV.12

ANÁLISE PONDERADA		
	PARES (")	ÍMPARES (")
ΔA	-0.10 ± 0.06	0.08 ± 0.06
ΔE	0.11 ± 0.08	0.12 ± 0.08
$\Delta \epsilon$	0.57 ± 0.07	0.45 ± 0.07
ΔL	-0.03 ± 0.08	-0.02 ± 0.08
Δe	0.11 ± 0.02	0.11 ± 0.02
$e\Delta\omega$	0.00 ± 0.01	0.02 ± 0.02
σ_G	0.62	0.64
N	3002	3026

A separação anterior incorre no perigo de reunir predominantemente, em cada subgrupo, passagens orientais ou ocidentais. Procedeu-se então ao cálculo de várias soluções, Tabela IV.13, nas quais considerou-se 50% dos dados, selecionados aleatoriamente. Aqui também a variação constatada nas soluções não influe absolutamente nas conclusões.

TABELA IV.13

SOLUÇÕES PONDERADAS COM N ALEATÓRIO					
	solução 1	solução 2	solução 3	solução 4	solução 5
	(")	(")	(")	(")	(")
ΔA	-0.01 ± 0.06	0.15 ± 0.06	0.10 ± 0.06	-0.01 ± 0.06	0.05 ± 0.06
ΔE	0.06 ± 0.08	-0.03 ± 0.08	0.04 ± 0.08	0.17 ± 0.08	0.16 ± 0.08
$\Delta \epsilon$	0.47 ± 0.07	0.36 ± 0.07	0.42 ± 0.07	0.46 ± 0.07	0.51 ± 0.07
ΔL	-0.06 ± 0.08	-0.11 ± 0.08	-0.09 ± 0.08	0.03 ± 0.08	0.05 ± 0.08
Δe	0.11 ± 0.02	0.10 ± 0.02	0.13 ± 0.02	0.10 ± 0.02	0.11 ± 0.02
$e\Delta\varpi$	0.01 ± 0.02	-0.01 ± 0.01	0.02 ± 0.02	0.02 ± 0.02	0.00 ± 0.01
N	3104	3044	3030	2942	3019
σ_G	0.63	0.62	0.63	0.62	0.62

Ainda dentro da preocupação de testar a estabilidade dos resultados da análise padrão, fizemos soluções em que variávamos o peso de cada subgrupo de dados. Por exemplo, para $z=30^\circ$ no OCA, o valor do peso padrão atribuído é igual a 1, e obtivemos outras soluções variando o peso no intervalo 0.8 a 1 sem modificar o dos demais subgrupos. Assim procedemos para todas as outras alturas e Observatórios sempre variando o peso de um determinado subgrupo por vez.

Apresentamos estes resultados na forma de gráficos, Figuras IV.1 a IV.14. Mostramos as três soluções variando os pesos para cada distância zenital. A fim de uma melhor compreensão na análise dos mesmos procuramos manter a mesma escala dos gráficos para todas as distâncias zenitais. Nestas Figuras os eixos X e Y, contém respectivamente os pesos e os valores das incógnitas.

A conclusão geral que se pode extrair desses gráficos é que as incógnitas dependem muito pouco dos pesos adotados. Para todos os subgrupos de distância zenital inferior a 45° a variação em função do peso é insignificante.

Para os sub-grupos de maior distância zenital observa-se uma pequena tendência no par ΔE , ΔL , com pendentes ora positivas, ora negativas, porém sempre moderadas. As variações das duas incógnitas são paralelas em consequência da alta correlação mútua.

A obliquidade, finalmente, que tem a maior correção, somente está sujeita a variação em função de peso de sub-grupo a 70° de distância zenital. Sua variação indica que a redução do peso poderia trazer o valor de $\Delta \epsilon$ para a vizinhança de zero. Entretanto, a Tabela IV.6, para a solução em que foram excluídos os sub-grupos de $z=65^\circ$ e 70° , mostra que $\Delta \epsilon$ ainda permanece significativamente elevado. Conclui-se que o valor relativamente alto de $\Delta \epsilon$ é inerente aos dados e não é o resultado da ponderação.

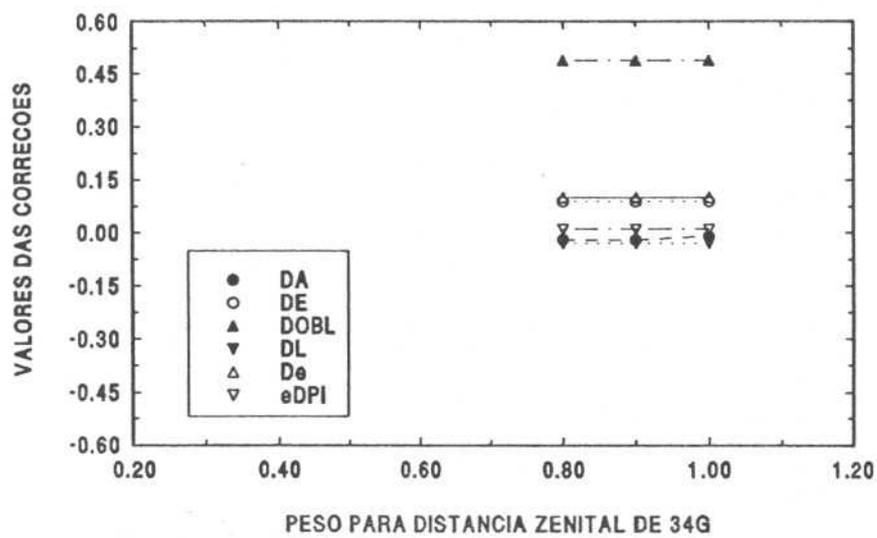
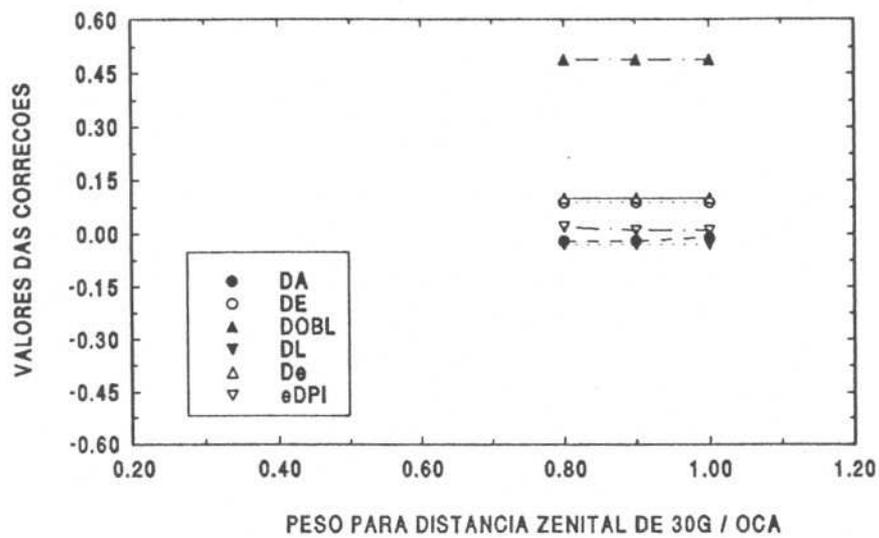
Os dados das Figuras IV.2 a IV.15 podem ser resumidos na Tabela IV.14, que dá as derivadas parciais, calculadas numericamente, de cada incógnita com respeito ao peso de cada sub-grupo. Os únicos valores mais importantes são os relativos às incógnitas ΔE e ΔL , nos sub-grupos de maior distância zenital, e que têm um comportamento paralelo. Em particular, a diferença entre essas incógnitas é muito bem determinada e independe do sistema de pesos.

TABELA IV.14

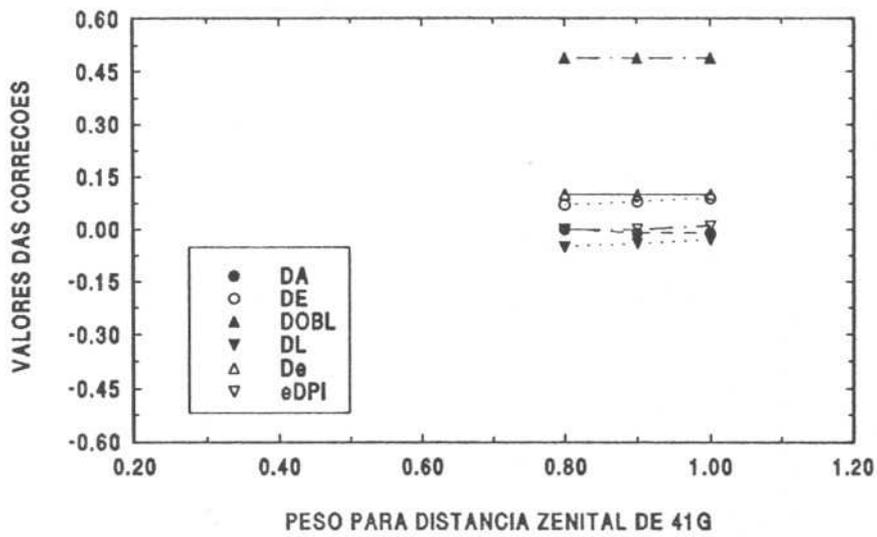
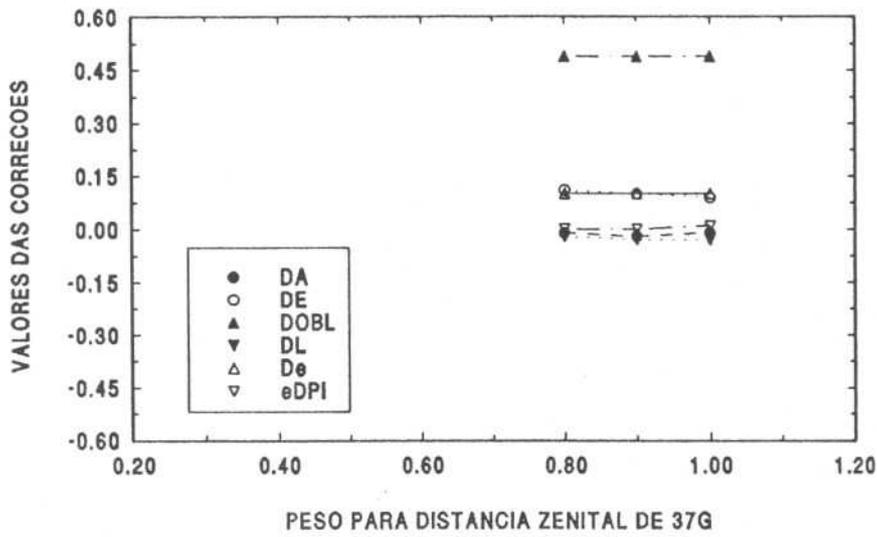
DIFERENCIAÇÃO PARCIAL DAS INCÓGNITAS RELATIVAMENTE PESO em (")							
estação/z	P/central	$\frac{\Delta A}{\Delta p}$	$\frac{\Delta E}{\Delta p}$	$\frac{\Delta \epsilon}{\Delta p}$	$\frac{\Delta L}{\Delta p}$	$\frac{\Delta e}{\Delta p}$	$\frac{e \Delta \varpi}{\Delta p}$
c30	0.9	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
c34	0.9	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
c37	0.9	0.00	-0.10	0.00	-0.05	0.00	0.05
c41	0.9	-0.05	0.10	0.00	0.10	0.00	0.05
c45	0.7	0.05	-0.05	0.00	0.00	0.00	0.05
c49	0.7	0.10	0.35	0.00	0.35	0.00	0.00
c52	0.7	-0.05	-0.20	-0.05	-0.15	0.00	0.00
c56	0.5	0.00	-0.10	0.00	-0.10	0.00	-0.05
c60	0.5	0.05	-0.45	-0.05	-0.50	0.00	-0.05
c65	0.5	0.10	-0.35	0.05	-0.40	0.00	-0.05
c70	0.5	0.00	-0.50	0.20	-0.50	0.00	-0.05
v30	0.9	-0.10	0.10	0.05	0.25	-0.05	-0.05
v45	0.7	0.10	0.25	-0.05	0.15	0.00	0.05
o30	0.9	0.05	0.10	-0.10	0.05	0.00	0.05

As correções à excentricidade e longitude do periélio não variam, sendo suas derivadas praticamente nulas. O mesmo acontece com a correção ao equador, que tem uma variação muito pequena.

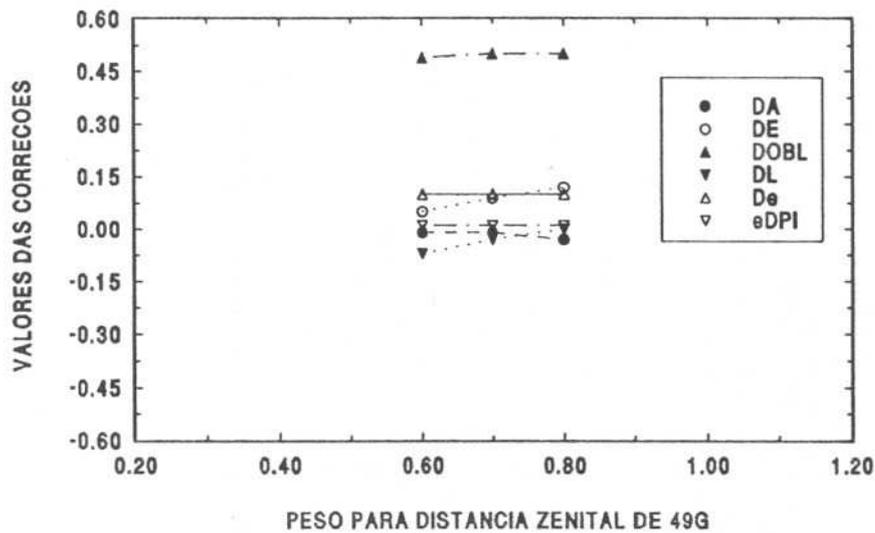
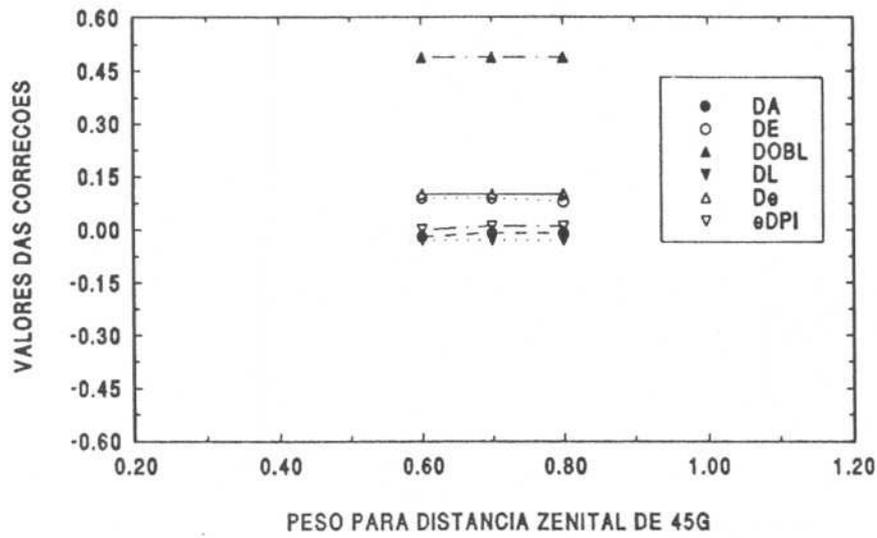
Com relação a correção à obliquidade da eclíptica, esta apresenta uma derivada significativa no grupo de distância zenital de 70°.



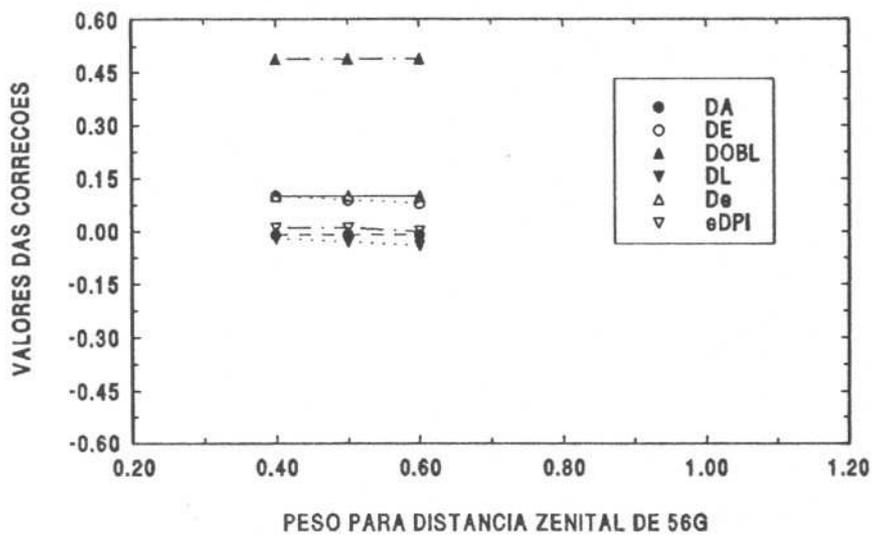
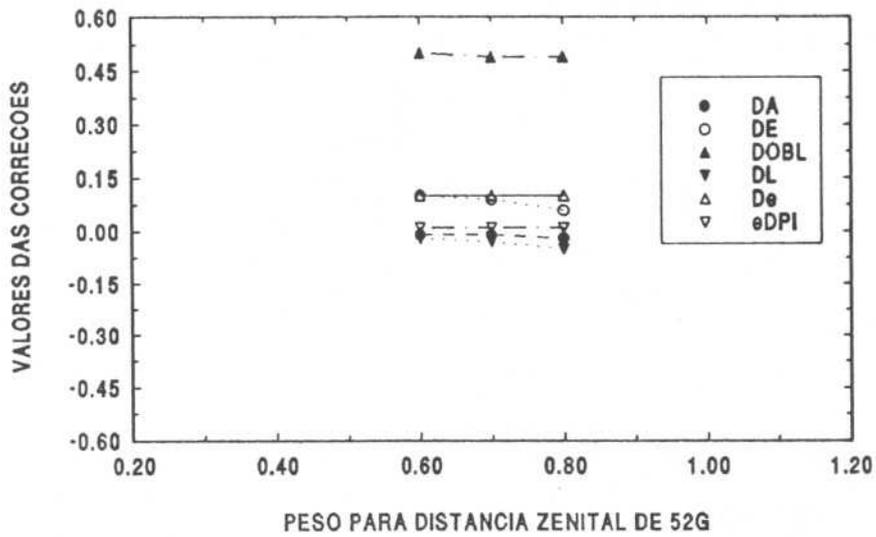
FIGURAS IV.2 e IV.3 - Resultados para todas as correções aos elementos orbitais em ($''$), na solução peso padrão e variando os pesos nas distâncias zenitais de 30° e 34° para o OCA.



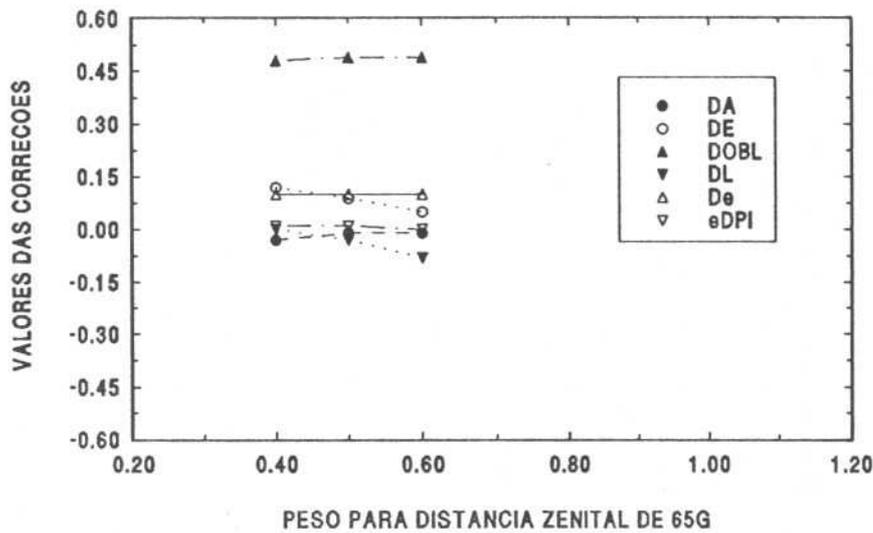
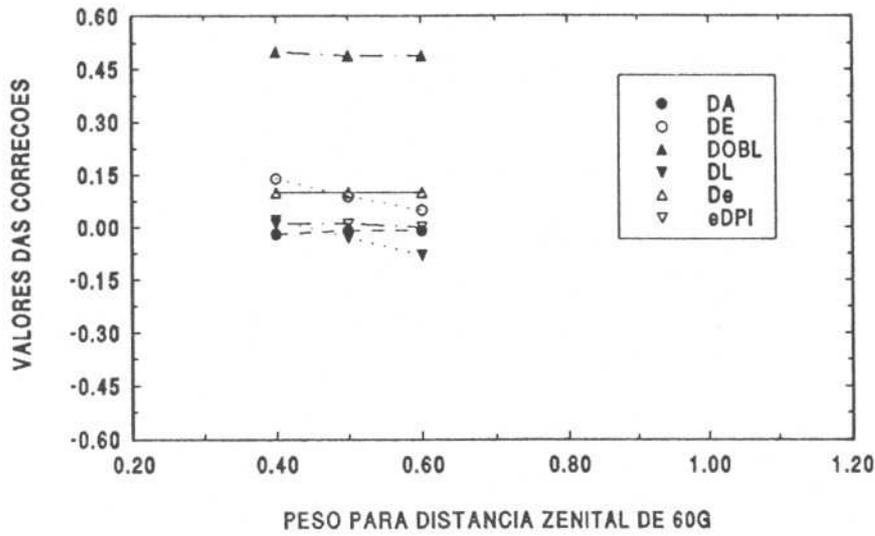
FIGURAS IV.4 e IV.5 - Resultados para todas as correções aos elementos orbitais em ($''$), na solução peso padrão e variando os pesos nas distâncias zenitais de 37° e 41° para o OCA.



FIGURAS IV.6 e IV.7 - Resultados para todas as correções aos elementos orbitais em ("), na solução peso padrão e variando os pesos nas distâncias zenitais de 45° e 49° para o OCA.



FIGURAS IV.8 e IV.9 - Resultados para todas as correções aos elementos orbitais em ($''$), na solução peso padrão e variando os pesos nas distâncias zenitais de 52° e 56° para o OCA.



FIGURAS IV.10 e IV.11 - Resultados para todas as correções aos elementos orbitais em ("), na solução peso padrão e variando os pesos nas distâncias zenitais de 60° e 65° para o OCA.

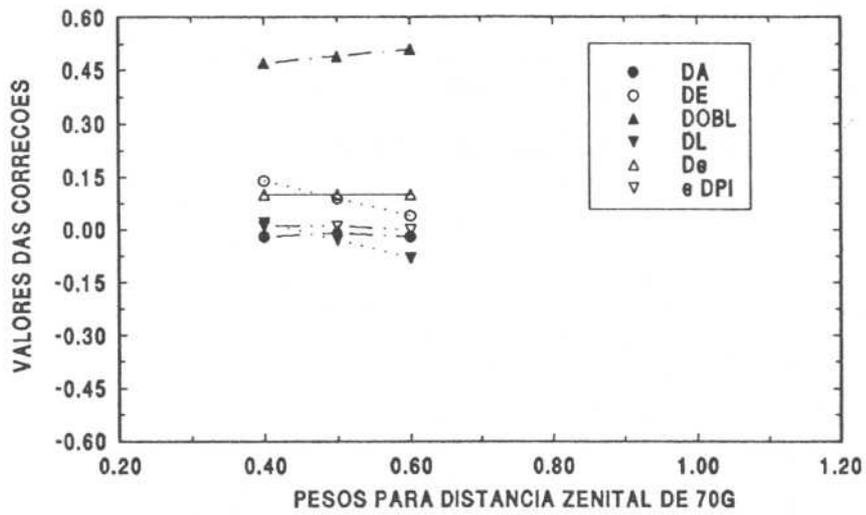
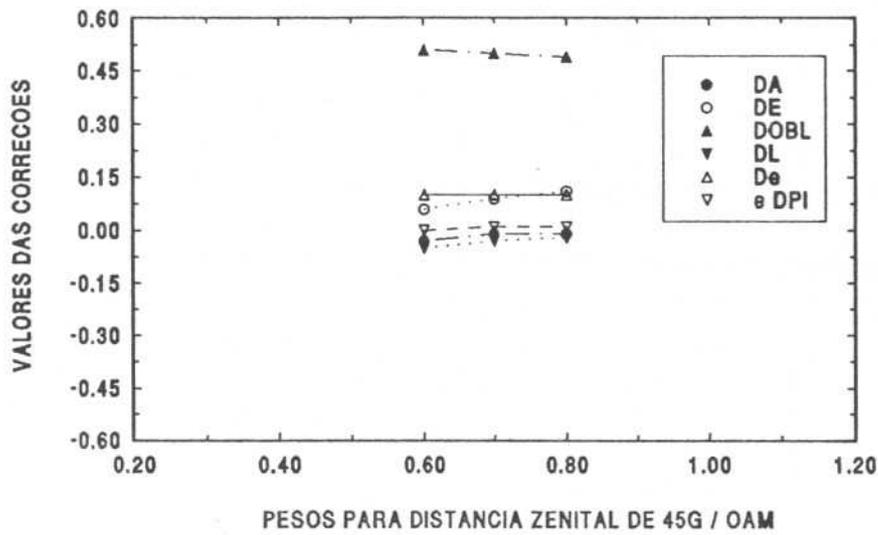
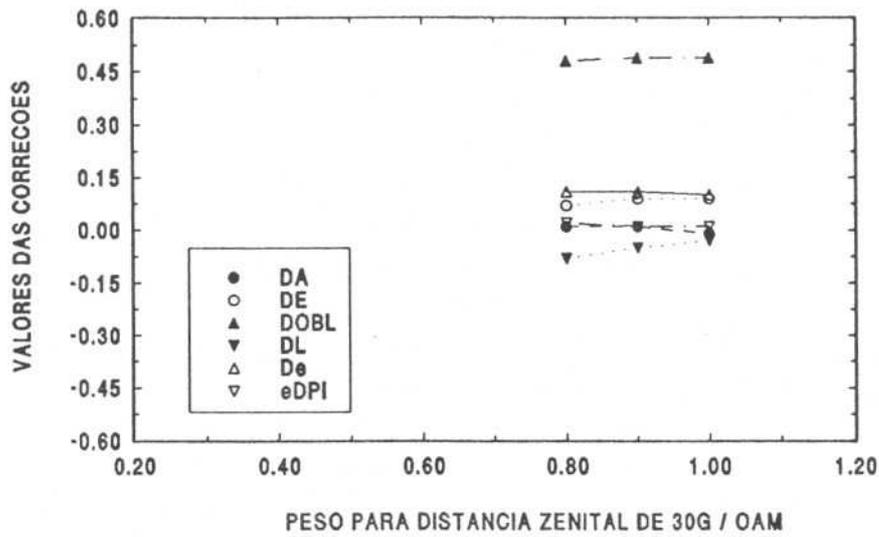


FIGURA IV.12 - Resultados para todas as correções aos elementos orbitais em ("), na solução peso padrão e variando os pesos na distância zenital de 70° para o OCA.



FIGURAS IV.13 e IV.14 - Resultados para todas as correções aos elementos orbitais em ($''$), na solução peso padrão e variando os pesos nas distâncias zenitais de 30° e 45° para o OAM.

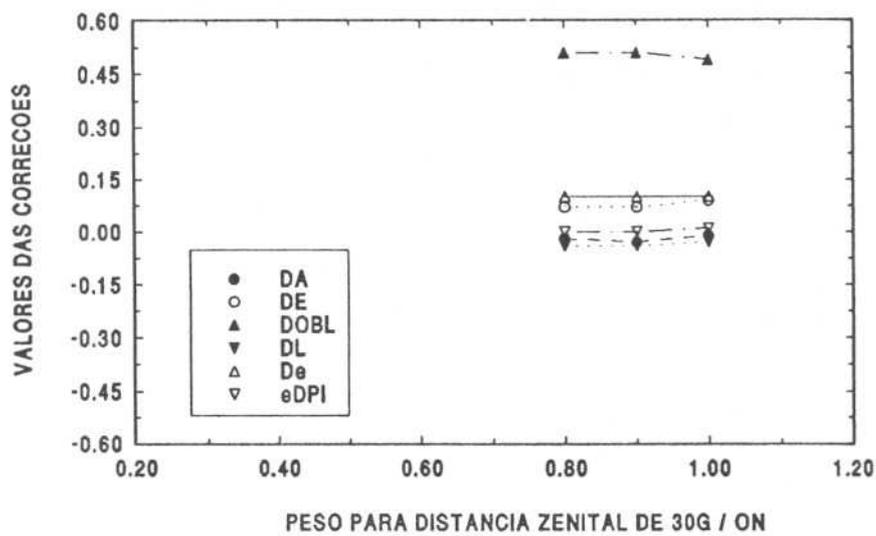


FIGURA IV.15 - Resultados para todas as correções aos elementos orbitais em ($''$), na solução peso padrão e variando os pesos na distância zenital de 30° para o ON.

IV.6 - ANÁLISE DOS RESÍDUOS

Em razão do grande volume de dados, é possível ainda examinar com mais detalhes algumas das hipóteses implicitamente utilizadas na obtenção da solução.

Primeiramente, consideramos a suposição de que os dados têm um ruído aleatório, de média nula e variância uniforme, após a ponderação.

No Apêndice D damos os histogramas dos resíduos em cada sub-grupo. Nenhuma anomalia importante é visível nestes gráficos. Em todos os casos, o núcleo do histograma é sensivelmente simétrico e compatível com uma distribuição normal de média nula e desvio-padrão uniforme.

Nota-se, todavia, nos casos mais críticos - OCA a 65° e 70° de distância zenital - uma cauda significativa de resíduos negativos. Isto vem confirmar a necessidade de se atribuir a esses grupos um peso inferior.

Outra questão que mereceu atenção foi a de uma possível evolução temporal dos resíduos. As Figuras IV.16 a IV.29 mostram os gráficos dos resíduos em função da data, para os diferentes sub-grupos.

Esses gráficos mostram variações curiosas, que não têm uma causa muito clara. Felizmente, não são grandes e não chegam a suscitar maior preocupação.

FIGURA IV.16

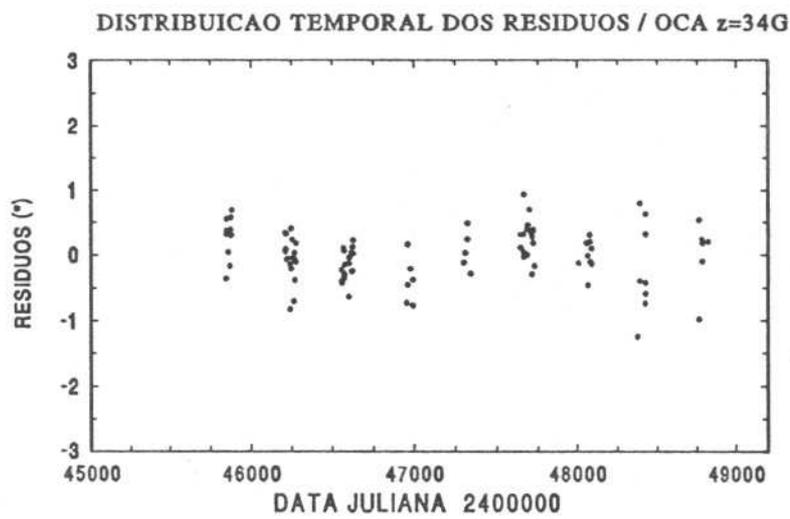
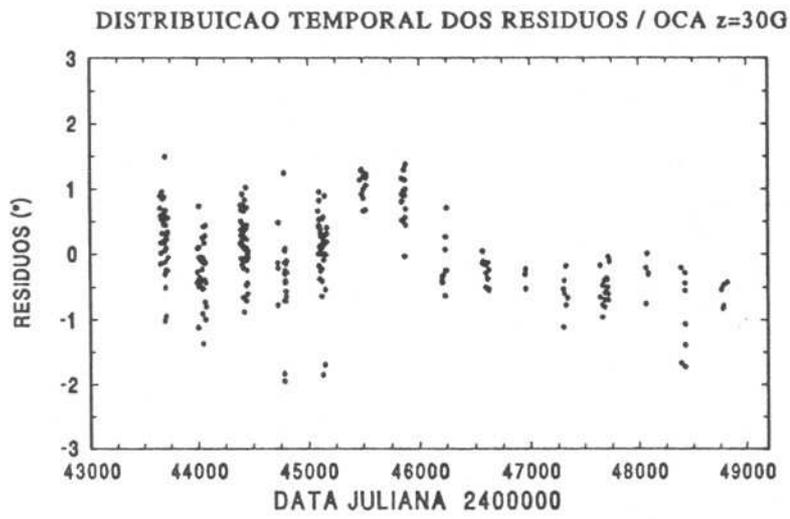


FIGURA IV.17

FIGURA IV.18

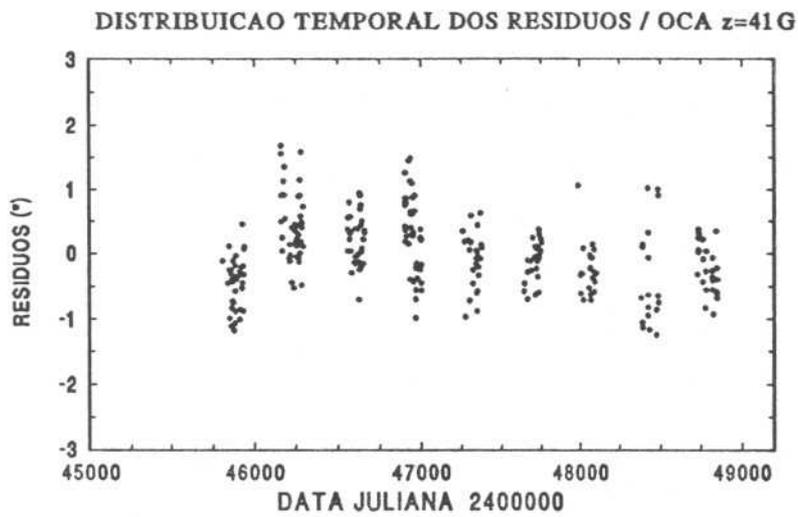
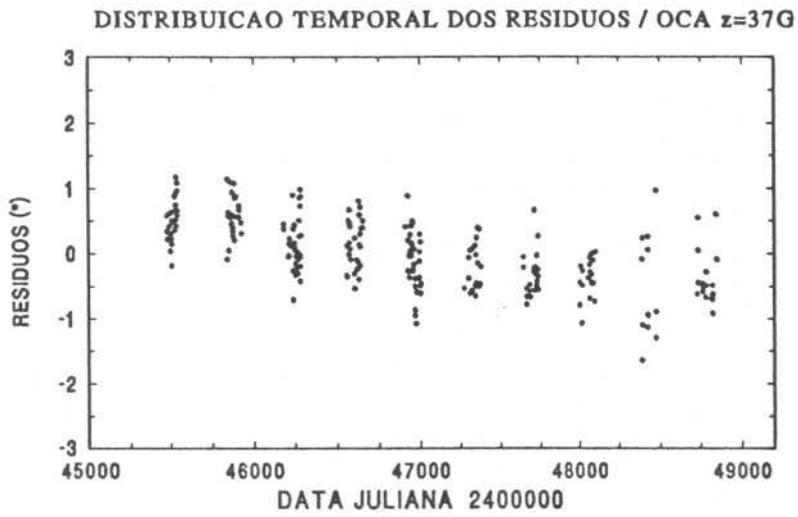


FIGURA IV.19

FIGURA IV.20

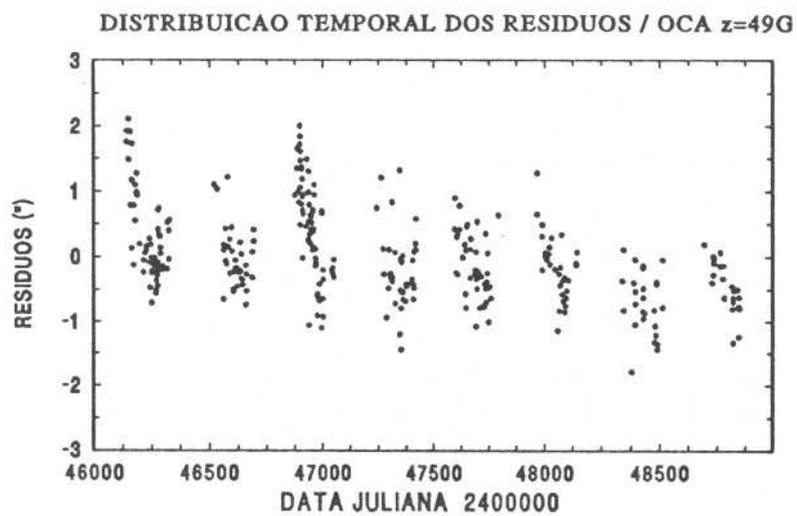
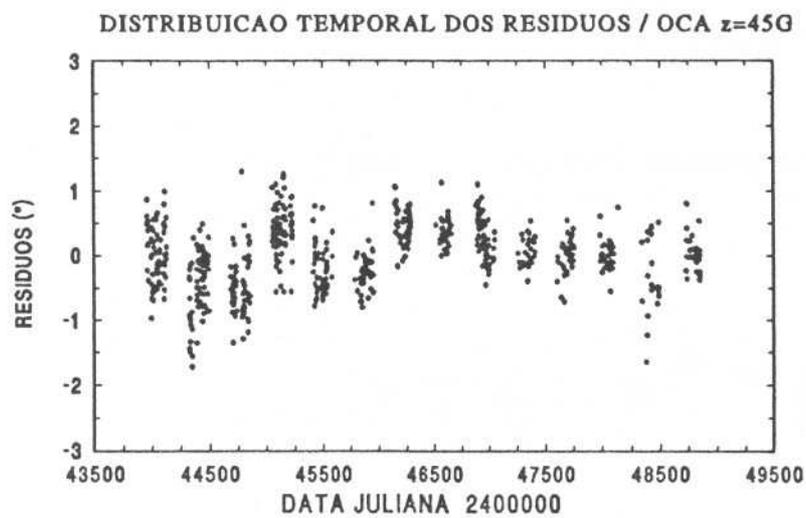


FIGURA IV.21

FIGURA IV.22

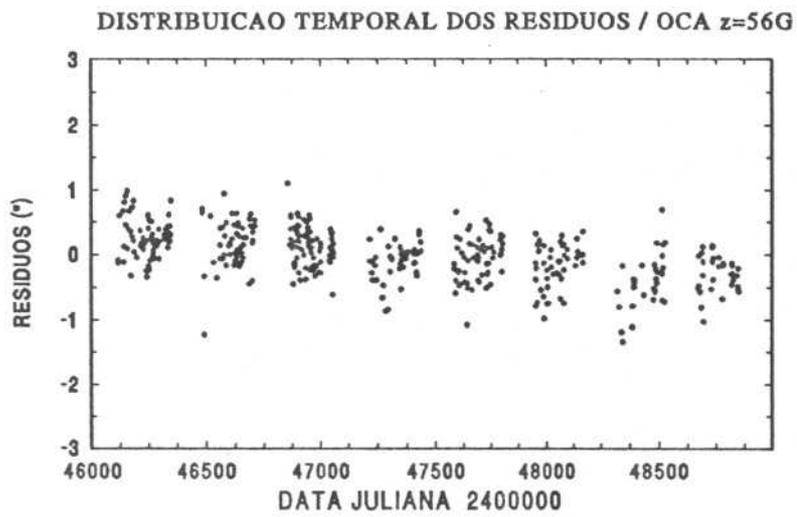
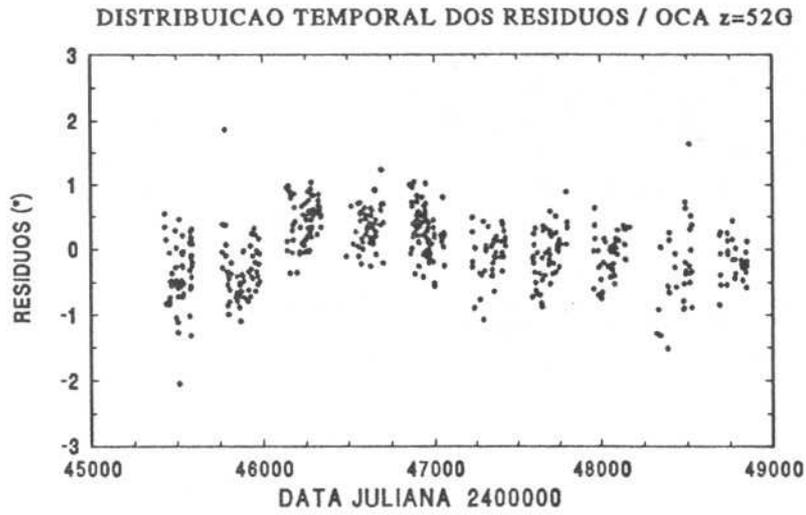


FIGURA IV.23

FIGURA IV.24

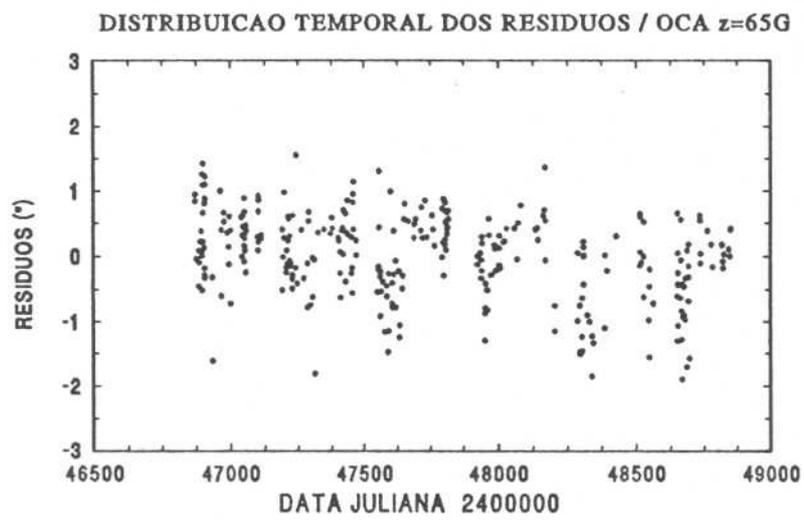
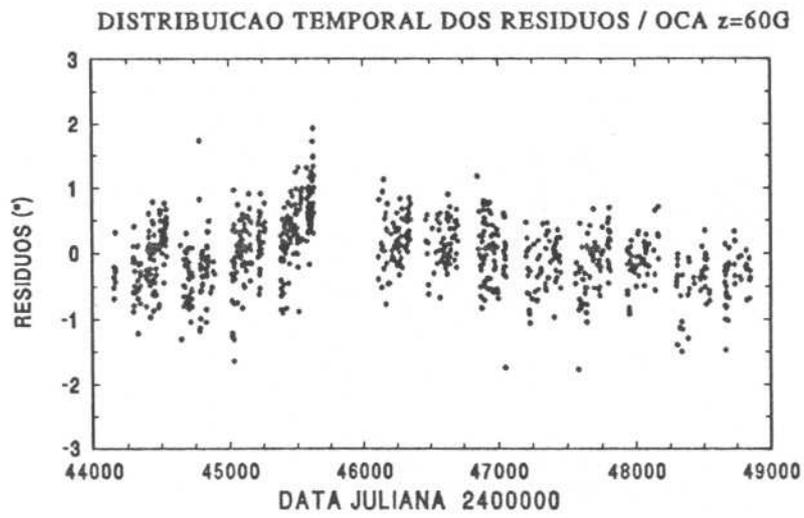


FIGURA IV.25

FIGURA IV.26

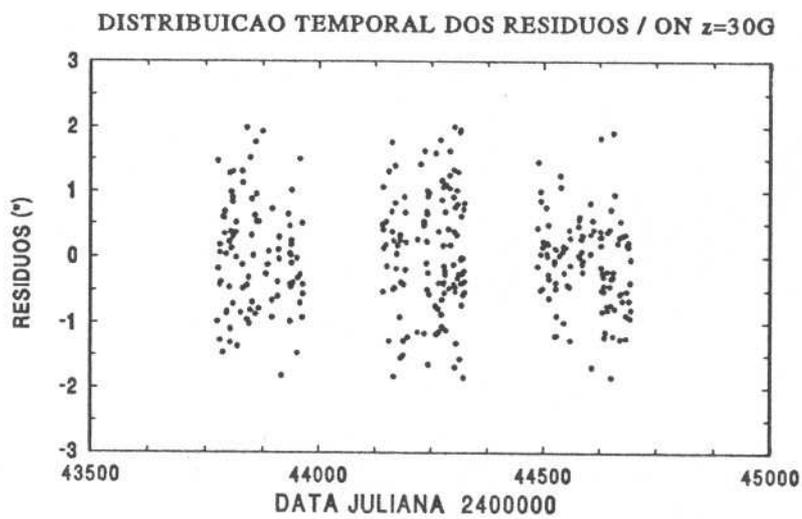
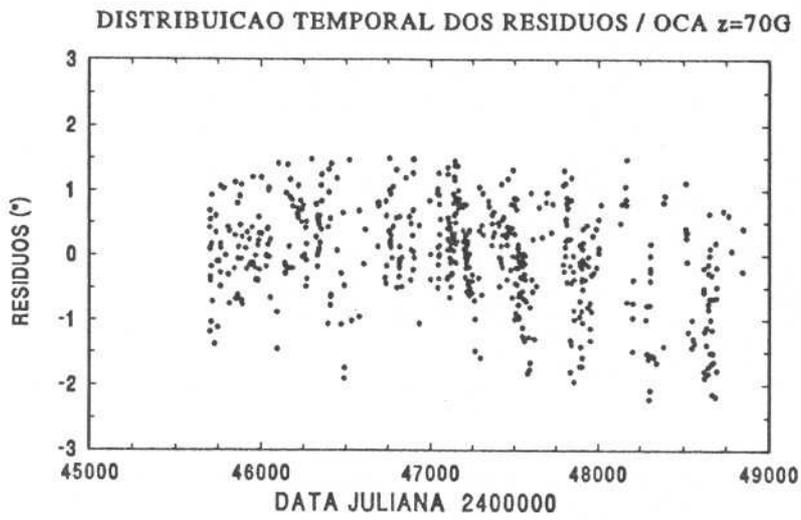


FIGURA IV.27

FIGURA IV.28

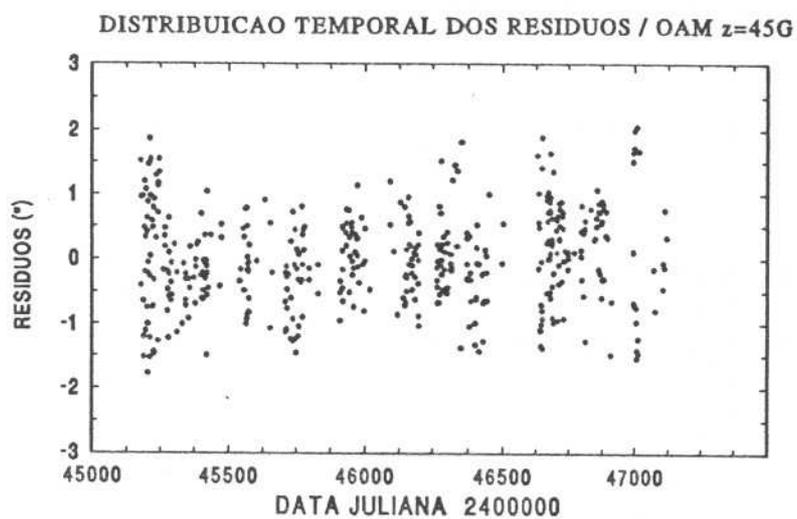
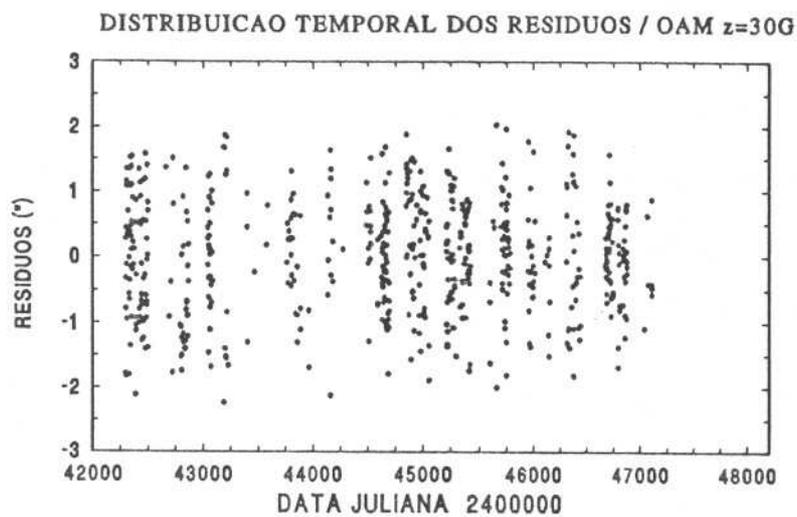


FIGURA IV.29

A Figura IV.16, por exemplo, traduz claramente uma mudança de qualidade nas observações, que melhoraram sensivelmente na segunda metade do período. As Figuras IV.18 e IV.23 revelam uma tendência sistemática para baixo, que poderia ser explicada por uma lenta deformação do prisma utilizado. Haveria, entretanto, necessidade de prolongar o intervalo para confirmar a conclusão.

Em alguns gráficos para $z \geq 41^\circ$, particularmente as Figuras IV.20 e IV.22, nota-se que os resíduos dos anos 1985 a 1987 estão um pouco elevados. Isto poderia ser consequência, por exemplo, de uma variação na metodologia da medida dos parâmetros atmosféricos para o cálculo da refração.

Para testar essa hipótese, calculou-se uma solução incluindo, como incógnita adicional, um acréscimo no raio para os sub-grupos OCA com $z \geq 41^\circ$ e para os anos 1985 a 1987. Os resultados aparecem na Tabela IV.15. Não há diferenças a assinalar com respeito à solução padrão, exceto que o desvio-padrão geral sofreu uma redução de $0.63''$ para $0.61''$, que é significativa e tende a confirmar o efeito. De resto a incógnita assim determinada tem o valor $0.70''$ com desvio-padrão de $0.03''$, ou seja, é altamente significativa.

Entretanto, na falta de informação adicional, preferimos deixar de lado hipóteses empíricas desta natureza, que não alteram as conclusões principais.

TABELA IV.15 : SOLUÇÃO PONDERADA

OAM / ON / OCA + R($z > 41^\circ$)	
	(")
ΔA	-0.05 ± 0.04
ΔE	0.11 ± 0.06
$\Delta \epsilon$	0.44 ± 0.05
ΔL	-0.02 ± 0.05
Δe	0.10 ± 0.01
$e\Delta\varpi$	0.00 ± 0.01
ΔR	0.70 ± 0.03
σ_G	0.61
N	6032

IV.7 - INFLUÊNCIA DO MODELO

A discussão que terminou o parágrafo anterior revelou que o modelo adotado pode ser utilmente modificado pelo acréscimo de incógnitas adicionais. Vamos considerar neste parágrafo algumas possibilidades, a saber:

- 1 - Correção da constante de refração
- 2 - Variação temporal da obliquidade
- 3 - Anomalias azimutais da refração.
- 4 - Correção à constante da nutação.

Fizemos uma série de novas soluções incluindo incógnitas desta natureza. Os resultados estão reunidos na Tabela IV.16 .

As soluções 2 e 3 incluem uma correção da constante de refração em porcentagem. A primeira refere-se à totalidade das observações e na segunda corrigiu-se apenas os dados do OCA. Como se pode apreciar os cálculos apontam para uma correção de -0.7% na constante de refração, sem todavia reflexo no valor das demais incógnitas.

A solução número 4 incluiu o coeficiente da derivada temporal da obliquidade. Nesta solução o valor da obliquidade é de $0.37''$ em 1990. A sua derivada resultou em $-0.03''$ por ano. Esse resultado deve ser olhado com reserva pois o intervalo de tempo é relativamente curto e não há sincronia perfeita entre os dados do hemisfério Norte e Sul. De qualquer maneira, o sinal negativo da derivada tenderia a desmentir a possibilidade de que o valor relativamente alto encontrado para a obliquidade seja consequência de uma tendência crescente ainda desconhecida.

As soluções 5 a 9 incluem incógnitas do tipo $\cos(PZ)$ e $\sin(PZ)$, com P igual a 2 e 3, onde Z é o azimute. Estes termos poderiam provir de anomalias azimutais na refração, provavelmente vinculadas a características do sítio de observação.

As soluções 6 e 9 referem-se unicamente aos grupos de alta distância zenital mais suscetíveis de apresentarem anomalias deste gênero.

As soluções 5, 7 e 8 abrangem todas as observações e, provavelmente, tem pouca significação por desprezarem as características locais do efeito presumido.

A solução 10 incluiu uma correção à constante de nutação em obliquidade, tirando partido do fato de que o intervalo observacional corresponde aproximadamente a um período da retrogradação dos nodos da órbita lunar.

A conclusão geral que se extrai da Tabela IV.16 é que as modificações empíricas introduzidas afetam apenas marginalmente a solução padrão, embora, em muitos casos, os valores encontrados para as incógnitas adicionais sejam significativos.

TABELA IV.16

DEPENDÊNCIA DA SOLUÇÃO COM MODIFICAÇÃO NO MODELO em (")										
SOL./ σ_G	ΔA	ΔE	$\Delta \epsilon$	ΔL	Δe	$e\Delta \varpi$	INCÓG. ADICIONAIS			
1 0.63	-0.01 ± 0.04	0.09 ± 0.06	0.49 ± 0.05	-0.03 ± 0.05	0.10 ± 0.01	0.01 ± 0.01				
2 0.63	-0.02 ± 0.04	0.05 ± 0.06	0.49 ± 0.05	-0.07 ± 0.05	0.10 ± 0.01	0.01 ± 0.01	-0.67 ± 0.03			
3 0.63	-0.01 ± 0.04	0.08 ± 0.06	0.48 ± 0.05	-0.04 ± 0.05	0.10 ± 0.01	0.01 ± 0.01	-0.74 ± 0.03			
4 0.62	0.00 ± 0.04	0.09 ± 0.06	0.37 ± 0.05	-0.04 ± 0.05	0.10 ± 0.01	0.01 ± 0.01	-0.03 ± 0.01			
5 0.63	-0.09 ± 0.04	0.11 ± 0.06	0.57 ± 0.05	-0.04 ± 0.05	0.09 ± 0.01	-0.04 ± 0.01	0.08 ± 0.04	0.16 ± 0.02		
6 0.63	-0.09 ± 0.04	0.12 ± 0.06	0.34 ± 0.05	-0.02 ± 0.05	0.10 ± 0.01	0.02 ± 0.01	-0.69 ± 0.14	0.33 ± 0.09		
7 0.63	0.18 ± 0.04	0.02 ± 0.06	0.34 ± 0.05	-0.05 ± 0.05	0.10 ± 0.01	0.01 ± 0.01	-0.17 ± 0.03	-0.10 ± 0.02		
8 0.63	-0.01 ± 0.04	0.09 ± 0.06	0.49 ± 0.05	-0.03 ± 0.05	0.10 ± 0.01	0.01 ± 0.01	0.26 ± 0.02	0.29 ± 0.03	-0.11 ± 0.01	-0.10 ± 0.03
9 0.62	-0.10 ± 0.04	0.04 ± 0.06	0.30 ± 0.05	-0.06 ± 0.05	0.11 ± 0.01	0.04 ± 0.01	0.39 ± 0.03	0.76 ± 0.10	-0.23 ± 0.05	-0.55 ± 0.05
10 0.63	0.02 ± 0.04	0.09 ± 0.06	0.50 ± 0.05	-0.03 ± 0.05	0.10 ± 0.01	0.01 ± 0.01	0.03 ± 0.03			

Incógnitas adicionais da Tabela IV.16:

1 - Nenhuma, solução padrão. 2 - Coeficiente de refração para os três sítios. 3 - Ídem solução 2, somente para o OCA. 4 - Variação temporal da obliquidade. 5 - Harmônico de frequência 2Z. 6 - Ídem solução 5, somente para o OCA e $z \geq 60^\circ$. 7 - Harmônico de frequência 3Z. 8 - Harmônico de frequências 2Z e 3Z. 9 - Ídem solução 8, somente para o OCA e $z \geq 60^\circ$. 10 - Correção à constante de nutação em obliquidade.

Capítulo V - Conclusão

V.1 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM RESULTADOS INDEPENDENTES

Comparamos os nossos resultados aos de outros trabalhos originários de observações solares e alguns procedentes de observações de ocultações da Lua.

Ao longo deste século as observações do Sol muito contribuíram para as determinações das correções ao sistema de referência e aos parâmetros orbitais. Inicialmente com o Círculo Meridiano e nos últimos 20 anos com o Astrolábio Danjon, destas observações têm saído trabalhos de grande relevância, como já foi comentado no capítulo I.

Os resultados mais recentes disponíveis na literatura são os seguintes:

(1) Observações meridianas do Sol feitas no USNO entre 1949 e 1956 (Adams, 1964), no sistema FK4.

(2) Observações meridianas do Sol feitas no USNO entre 1949 e 1956 (Adams, 1968), no sistema FK4.

(3) Observações meridianas do Sol feitas no Observatório de Belgrado entre 1975 e 1989 (Sadžakov, 1992), dando correções ao sistema FK5.

(4) Ocultações estelares pela Lua, analisadas por Van Flandern entre 1950 e 1969 (Flandern, 1970), no sistema FK4.

TABELA V.1

COMPARAÇÃO COM OUTROS RESULTADOS					
	USNO	USNO	Morrison	Van Flandern	Sadžakov
	SOL	SOL	LUA	LUA	SOL
	1953	1959	1960	1960	1982
	(")	(")	(")	(")	(")
ΔA	0.06 ± 0.02	-0.23 ± 0.02		0.01 ± 0.10	0.03 ± 0.02
ΔE	0.20 ± 0.06	0.54 ± 0.06		0.72 ± 0.06	0.03 ± 0.05
$\Delta \epsilon$	-0.25 ± 0.03	-0.29 ± 0.03	0.01 ± 0.01	0.04 ± 0.04	
ΔL	1.19 ± 0.06	0.01 ± 0.06	0.68 ± 0.08	0.05 ± 0.06	
Δe	-0.16 ± 0.01	-0.15 ± 0.01	-0.17 ± 0.02	0.05 ± 0.01	
$e\Delta\varpi$	-0.20 ± 0.01	-0.19 ± 0.01	-0.07 ± 0.02		
N	905	802	2400	7000	

COMPARAÇÃO COM OUTROS RESULTADOS					
	Branham	Bougeard	Leister	Poppe	Este Trabalho
	Peq. Planetas	SOL	SOL	SOL	SOL
	1975	1980	1980	1990	1983
	(")	(")	(")	(")	(")
ΔA	0.22 ± 1.19		0.07 ± 0.14	0.08 ± 0.07	-0.01 ± 0.04
ΔE	-0.15 ± 3.16	1.64 ± 0.17	0.66 ± 0.18	0.09 ± 0.05	0.09 ± 0.06
$\Delta \epsilon$			0.34 ± 0.20	-0.47 ± 0.08	0.49 ± 0.05
ΔL		1.11 ± 0.17	0.69 ± 0.15	-0.37 ± 0.04	-0.03 ± 0.05
Δe		-0.14 ± 0.04	-0.00 ± 0.03	0.04 ± 0.02	0.10 ± 0.01
$e\Delta\varpi$		-0.12 ± 0.05	0.04 ± 0.03	-0.06 ± 0.02	0.01 ± 0.01
N	413	90	986	1209	6028

Examinando cada uma das incógnitas na Tabela V.1 podemos extrair as seguintes conclusões:

1 - A correção ao equador, quer no sistema FK4 quer no sistema FK5, é pequena em todos os resultados.

2 - A correção ao equinócio mostra um valor crescente no tempo para os resultados relativos ao FK4 e um valor vizinho de zero para os demais. Isto confirma a necessidade das correções introduzidas para construir o sistema FK5.

3 - A correção à obliquidade tem valores negativos na década de 50 (observações meridianas), valores próximos de zero na década de 60 (Lua) e valores dispersos na década de 80 (astrolábio solar). O nosso valor é de $0.49''$ o que, combinado com os dados meridianos e lunares, indicaria uma tendência crescente. Esta tendência é oposta àquela indicada por Lieske (1970) e é também contrária à tendência interna detectada na Tabela IV.16. Estas contradições tornam impossível uma conclusão definitiva. É provável que os resultados sejam afetados por erros sistemáticos na medida das declinações. O nosso resultado parece ser inerente aos dados e é praticamente insensível a uma significativa variação nos parâmetros, modelos e amostragem adotados.

4 - A longitude média do Sol tem uma correção paralela ao equinócio, resultado das definições geométricas do ponto gama.

5 - A excentricidade e a longitude do periélio apresentam valores em geral pequenos e dispersos em torno de uma média vizinha de zero.

Em resumo, podemos afirmar que a solução padrão obtida neste trabalho insere-se perfeitamente na série histórica de observações fundamentais. Ela representa o acréscimo de um ponto novo, de qualidade equivalente, senão superior, aos resultados meridianos tradicionais.

V.2 - PERSPECTIVAS

As observações do Sol constituem um amplo campo de estudo dentro da moderna Astrometria, tanto na determinação dos parâmetros que fixam o sistema de referência e elementos da órbita de Sol quanto no estudo da variação do semi-diâmetro solar. Isto explica o grande número de centros que desenvolvem atualmente este tipo de observação Chile (Noël 1993), Turquia (Chollet 1992) e San Fernando (Sánchez et al. 1993).

A presente análise de cerca de 6000 trânsitos do Sol, observados com os astrolábios do Observatório de La Côte D'Azur, Observatório Abrahão de Moraes e Observatório Nacional, constitui uma nova etapa no processo de definição dos planos fundamentais. Os resultados apresentaram uma boa qualidade intrínseca e são compatíveis com dados independentes.

Alguns aspectos, entretanto, estão a exigir novos desenvolvimentos instrumentais e colaboração entre os centros interessados.

A disponibilidade e versatilidade dos detectores matriciais tipo CCD deve ser empregada para incrementar a precisão das observações e reduzir drasticamente os efeitos sistemáticos. Uma primeira iniciativa deste tipo (Laclare 1991) já se encontra operacional e vem apresentando o desempenho previsto. Iniciativas análogas estão em curso no IAG e ON e devem ser encorajadas.

A disponibilidade de novos centros para dar início a programas solares semelhantes, com instrumentos praticamente idênticos, amplia consideravelmente as possibilidades de colaboração e de obtenção de soluções globais ainda melhores que a nossa.

Em particular, a determinação da correção a obliquidade deve merecer uma atenção especial em face da divergência constatada entre os resultados de diferentes alturas.

É importante salientar o aspecto da necessária colaboração internacional para a consecução destes objetivos. O exemplo fornecido pelo Grupo Francês do CERGA/OCA e do Grupo Brasileiro do IAG/USP, que generosamente forneceram seus dados primários para este trabalho, deve ser estendido ao conjunto dos Grupos voltados para programas de observações solares com astrolábios no mundo inteiro.

BIBLIOGRAFIA

- Adams, A.N., Bestel, S.M., Scott, D.K.: 1964, Publications of the United States Naval Observatory, Part I, p. 19.
- Adams, A.N., Scott, D.K.: 1968, Publications of the United States Naval Observatory, Part II, 19, p. 301-433.
- Andrei, A.H.; D'Ávila, V.A.; Penna, J.L.; Queiroz, M.: 1982, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 48, p. 491-501.
- Andrei, A.H., D'Ávila, V.A., Nascimento, J.O., Penna, J.L., Queiroz, M.: 1983, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 52, p. 373-380.
- Benevides-Soares, P., D'Avila, V.A.: 1978, *Natural and Artificial Satellite Motion*, Edited by Paul E. Norozy and Sylvio Ferraz Mello, University of Texas Press.
- Benevides-Soares, P., Boczko, R., Clauzet, L.B.F, Leister, N.V.: 1979, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 36, p. 401-406.
- Benevides-Soares, P., Leister, N.V., Penna, J.L.: 1981, Symposium and workshop, "The Motion of planets and satellites". Embú, São Paulo.
- Benevides-Soares, P., Clauzet, L.B.: 1984, *Astron. Astrophys.*, 134, p. 338-342.
- Billaud, G.: 1968, *Journ. Observ.*, 51, p. 261.
- Billaud, G., Guallino, G., Vigouroux, G.: 1978, *Astron. Astrophys.*, 63, p. 87.
- Billaud, G., Texereau, J.: 1982, *comptes rendus de l'academie des sciences, Paris*, T. 295, série II, p. 669.
- Bougeard, M., Chollet, F., Laclare, F.: 1983, *Astron. Astrophys.*, 126, p. 161-169.
- Branham, R.L.Jr.: 1992, *The Astronomical Journal*, vol. 103, no. 6, p. 2099-2101.

- Bretagnon, P. (1982), *Astron. Astrophys.*, 114, p. 278-288.
- Chinese Astrolabe Group: 1973, *Xexue Tongboo (General Science)* 18, no. 5, p. 216.
- Chinese Astrolabe Group: 1974, *Xexue Tongboo (General Science)* 19, no. 9, p. 417.
- Chollet, F., Laclare, F.: 1977, *Astron. Astrophys.* 56, p. 207-210.
- Chollet, F., Demarq, J.; Laclare, F.: 1978, *Astron. Astrophys. Suppl.* 33, p. 7-9.
- Chollet, F.: 1981, Tese de Doutorado, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI.
- Chollet, F.: 1993, comunicação pessoal.
- Claude, A., Driencourt, L.: 1910, "Description et usage de l'astrolabe à prisma".
Gauthier-Villars. Paris.
- Clauzet, L.B.F.: 1982, Tese de doutorado, IAG/USP.
- Clauzet, L.B.F., Atalla, R., Dèbarbat, S.: 1986, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, vol. 63, no 1, p. 204.
- Clauzet, L.B.F.: 1989, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, vol. 77, p. 67-72.
- Danjon, A.: 1952, *Astronomie Générale*, Second Edition SENAC, J.R. (Ed.), Paris.
- Danjon, A.M.: 1955, *Bull.Astron.*XVIII, 251-281.
- Danjon, A.: 1959, *Astron. Journ.*, 64, p. 102.
- D'Avila, V.A.: 1975, Tese de mestrado, IAG/USP.
- Débarbat, S., Kovalevsky, J.: 1963, *Bull. Astron.*, 24, p. 69.
- Débarbat, S., Guinot, B.: 1970, "La Methode des hauteurs egales en astronomie",
Gordon & Breach, Paris.
- Débarbat, S.: 1977, *Vistas in Astronomy*, vol. 21, p. 93-106.
- Guinot, B., Débarbat, S.: 1960, *C. R. acad. sci.*, 250, p. 2124.
- Guinot, B., Débarbat, S., Krieger-Fiel, J.: 1961, *Bull. Astron.*, 23, n.4, p. 307.
- Journet, A.: 1986, *Astron. Astrophys.*, 164, p. 222-223.

- Kovalevsky, J.: 1990, *Astrométrie Moderne*, Lecture Notes in Physics, Springer -Verlag pub.
- Laclare, F.: 1975, *C. R. Acad. Sci. Paris*, t.280.
- Laclare, F., Glentzlin, M.: 1981, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 46, p. 1-2.
- Laclare, F.: 1983, *Astron. Astrophys.*, 125, p. 200-203.
- Laclare, F., Journet, A., Leister, N.V.: 1985a, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 61, p. 267-271.
- Laclare, F., Journet, A., Sadsaoud, H.: 1985b, *C. R. Acad. Sci. Paris*, t.301, série II, no.6.
- Laclare, F.: 1987, *C. R. Acad. Sci. Paris*, t.305, série II, p. 451-454.
- Laclare, F., Journet, A.: 1989, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 77, p. 131-135.
- Laclare, F., Merlin, G.: 1991, *C. R. Acad. Sci. Paris*, t.313, série II, p. 323-330.
- Leister, N.V.: 1979, Tese de Mestrado, IAG/USP.
- Leister, N.V.: 1989, Tese de Doutorado, IAG/USP.
- Leister, N.V., Benevides-Soares, P.: 1990, *C. R. Acad. Sci. Paris*, t.311, série II, p. 399-404.
- Lieske, J.H.: 1970, *Astron. Astrophys.* 5, p. 90-101.
- Morrison, L.V.: 1979, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 187, p. 41-82.
- Noël, F., Czuia, K., Guerra, P.: 1974, *Astron. Astrophys.* 5, p. 90-101.
- Noël, F.: 1993, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.* 102, p. 11-16.
- Noël, F.: 1994, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.* 106, p. 327-332.
- Penna, J.L.: 1982, Tese de Mestrado, IAG/USP.
- Poppe, P.C.R.: 1994, Tese de Mestrado, IAG/USP.
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T.: 1986, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press.

Reis, H.B.: 1987, Tese de mestrado, CNPq-Observatório Nacional.

Sadžakov, S.; Dacic, M.; Cvetkovic, Z.: 1992, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 92, p. 605-607.

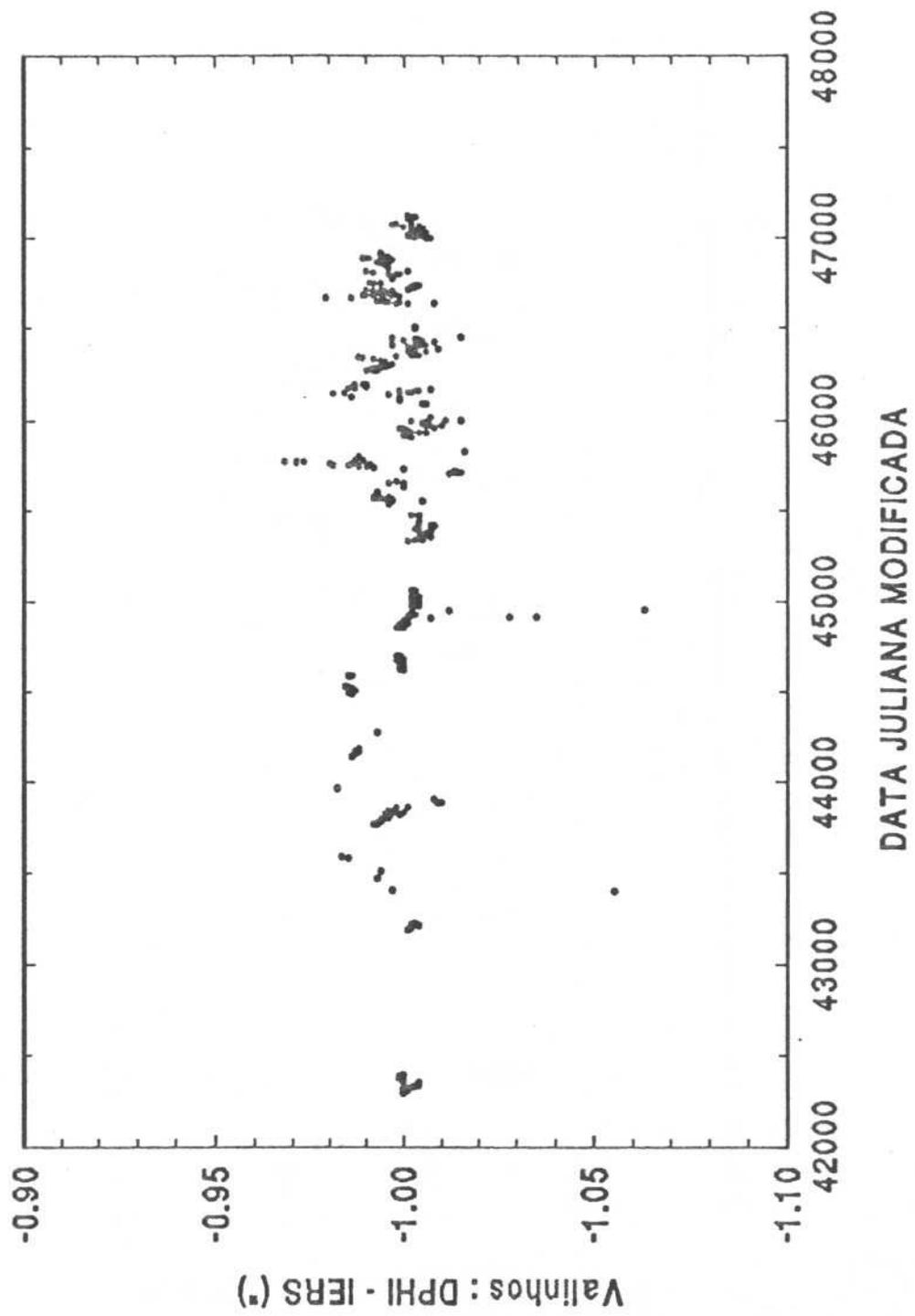
Sánchez, M., Moreno, F., Parra, F., Soler, M.: 1993, *Astron. Astrophys.*, 280, p. 333-337.

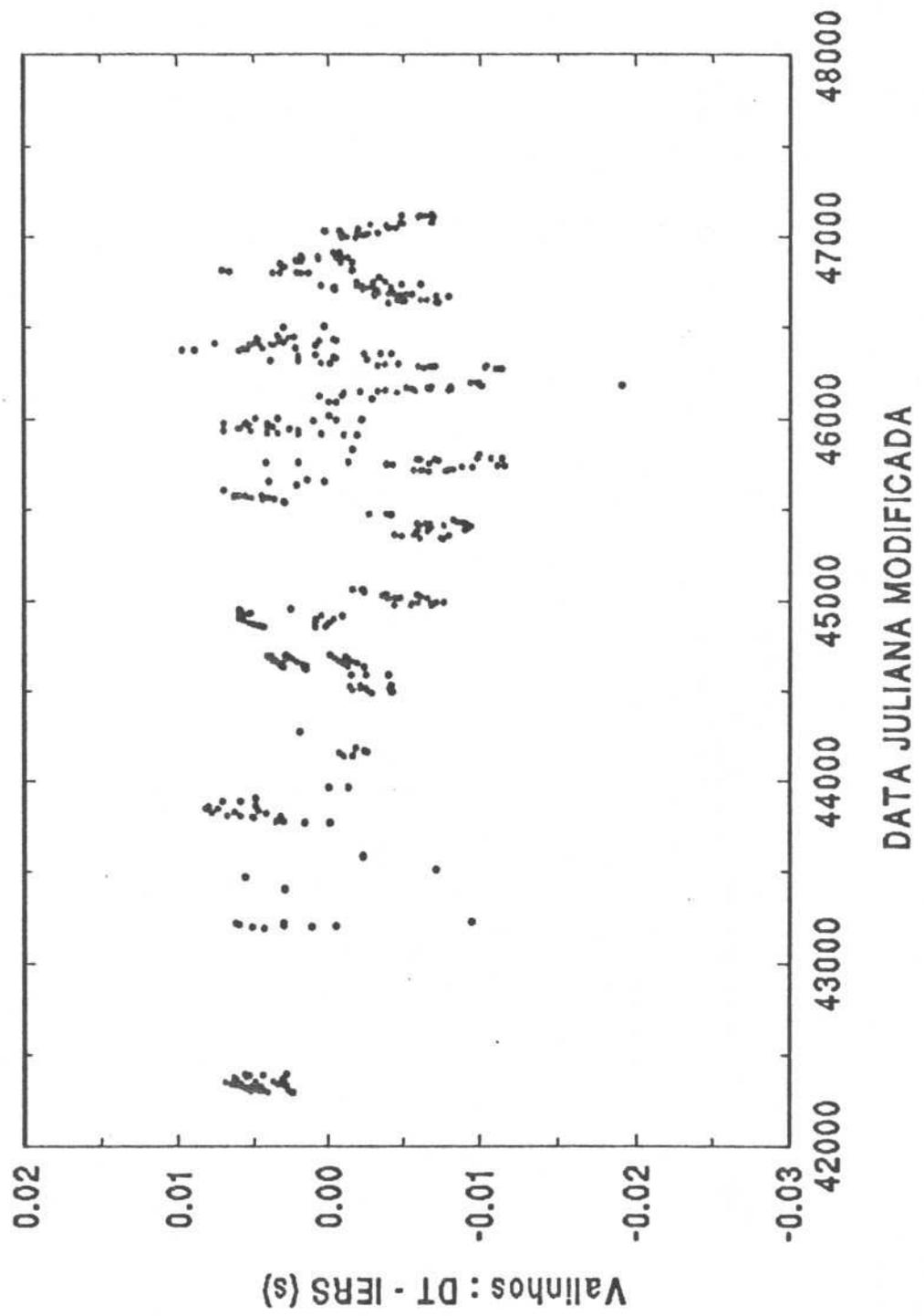
Van Flandern, T. C.: 1971, *The Astronomical Journal*, vol.76, n.1, p. 81-82.

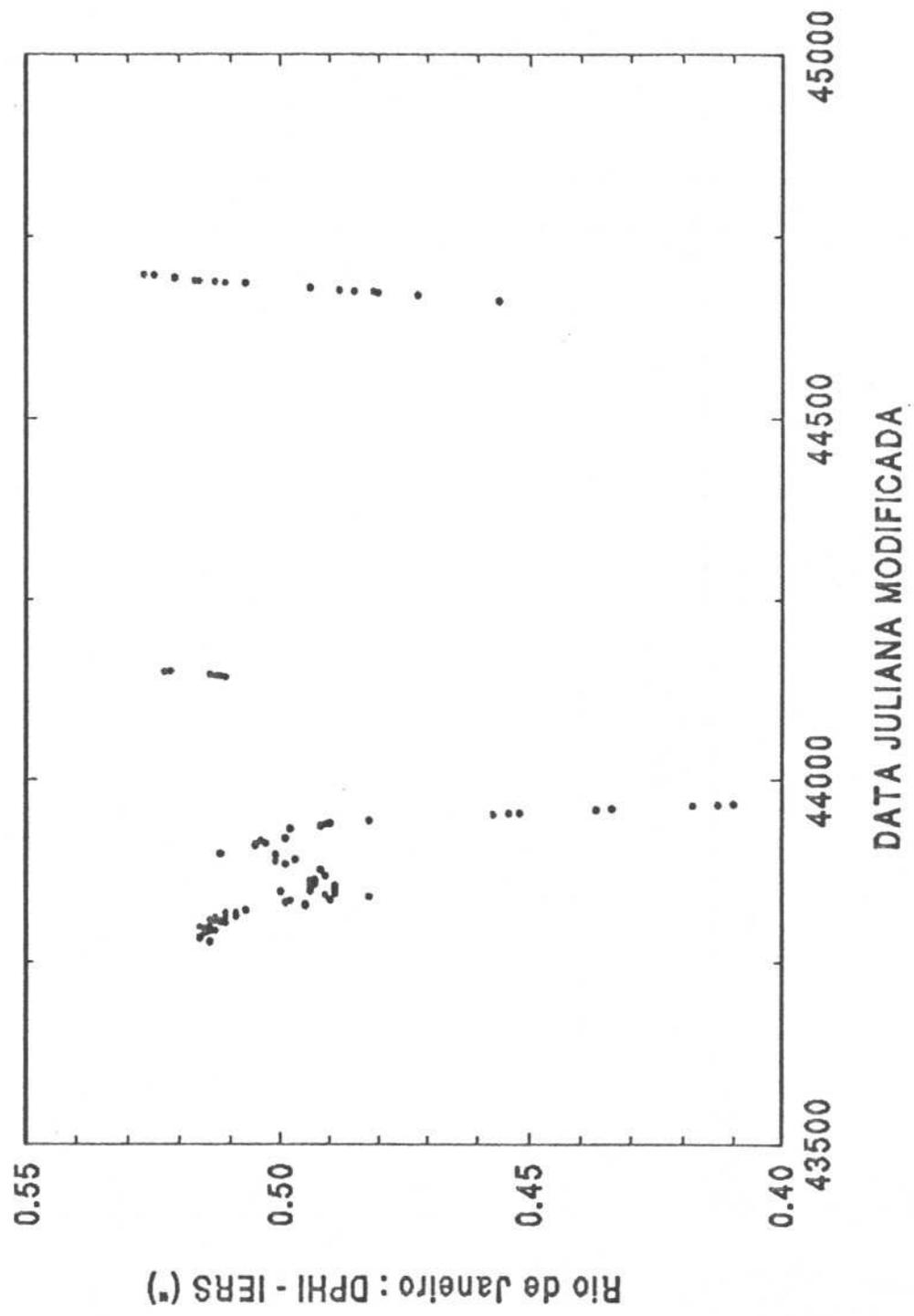
Vigouroux, G., Billaud, G., Boche, R., Chauvineau, B., Furia, M., Journet, A., Kovalevsky, J.: 1992, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 96, p. 477-484.

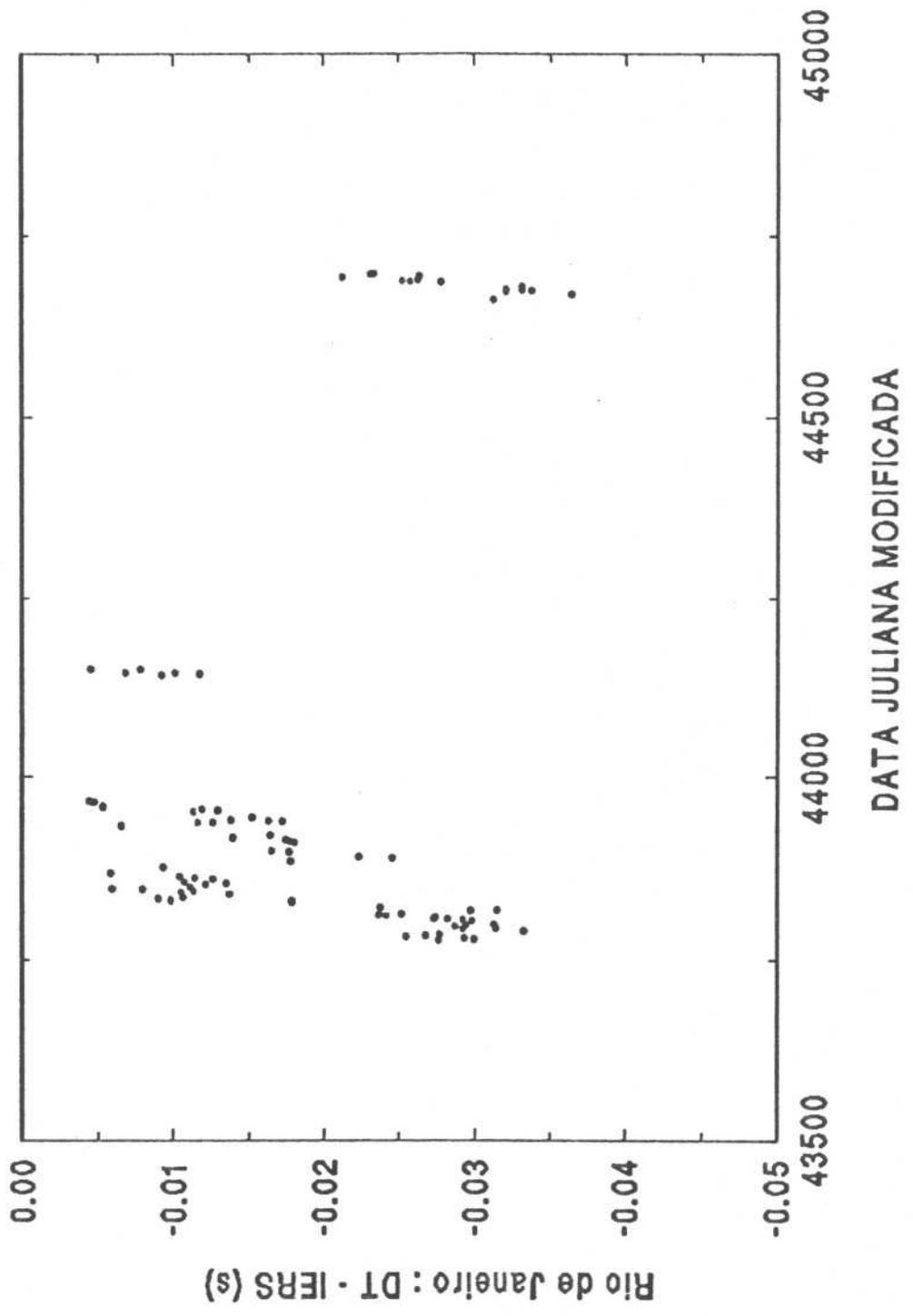
APÊNDICE A

Gráficos de $\Delta\phi$ e ΔT para OAM e ON.









APÊNDICE B

Distribuição de Frequência dos Resíduos.